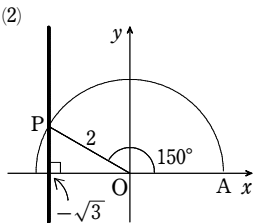
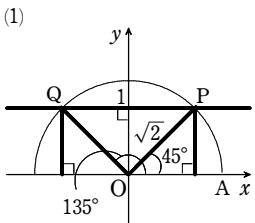


[1]

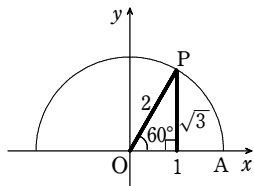
| $\theta$      | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$ | $120^\circ$          | $135^\circ$           | $150^\circ$           | $180^\circ$ |
|---------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|
| $\sin \theta$ | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$  | $\frac{1}{2}$         | 0           |
| $\cos \theta$ | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          | $-\frac{1}{2}$       | $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1          |
| $\tan \theta$ | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |            | $-\sqrt{3}$          | -1                    | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0           |

- [2] (1)  $\sin 95^\circ = \sin (180^\circ - 85^\circ) = \sin 85^\circ = 0.9962$   
(2)  $\cos 111^\circ = \cos (180^\circ - 69^\circ) = -\cos 69^\circ = -0.3584$   
(3)  $\tan 129^\circ = \tan (180^\circ - 51^\circ) = -\tan 51^\circ = -1.2349$   
(4)  $\sin 148^\circ = \sin (180^\circ - 32^\circ) = \sin 32^\circ = 0.5299$   
(5)  $\cos 165^\circ = \cos (180^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ = -0.9659$   
(6)  $\tan 179^\circ = \tan (180^\circ - 1^\circ) = -\tan 1^\circ = -0.0175$

- [3] (1) 半径  $\sqrt{2}$  の半円上で、 $y$  座標が 1 である点は 2 つある。  
求める  $\theta$  は、図 (1) で  $\angle AOP$  と  $\angle AOQ$  である。  
よって  $\theta = 45^\circ, 135^\circ$   
(2) 半径 2 の半円上で、 $x$  座標が  $-\sqrt{3}$  である点は 1 つある。  
求める  $\theta$  は、図 (2) で  $\angle AOP$  である。  
よって  $\theta = 150^\circ$



- (3)  $\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{1}$  であるから、求める  $\theta$  は、  
右の図で  $\angle AOP$  である。  
よって  $\theta = 60^\circ$

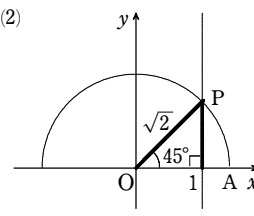
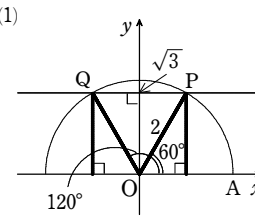


- [4] (1)  $2\sin \theta - \sqrt{3} = 0$  から  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

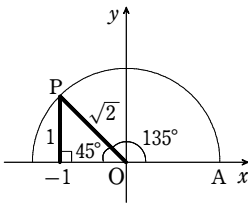
図 (1) から  $\theta = 60^\circ, 120^\circ$

- (2)  $\sqrt{2}\cos \theta = 1$  から  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

図 (2) から  $\theta = 45^\circ$



- (3)  $\tan \theta + 1 = 0$  から  $\tan \theta = -1$   
右の図から  $\theta = 135^\circ$



- [5] (1)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  のとき  $\sin \theta > 0$   
よって、 $\sin \theta \cos \theta > 0$  から  $\cos \theta > 0$   
したがって、 $\theta$  は鋭角である。  
(2)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  のとき  $\sin \theta > 0$   
よって、 $\sin \theta \cos \theta < 0$  から  $\cos \theta < 0$   
したがって、 $\theta$  は鈍角である。  
(3)  $\tan \theta < 0$  から、 $\theta$  は鈍角である。

- [6] (1)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  から  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$

$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、 $\cos \theta \leq 0$  であるから

$$\cos \theta = -\sqrt{\frac{7}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4} \div \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{4}{\sqrt{7}}\right) = -\frac{3}{\sqrt{7}}$$

- (2)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  から  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

$$\sin \theta \geq 0 \text{ であるから } \sin \theta = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{また } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-2) = -\sqrt{3}$$

**参考**  $\theta = 120^\circ$  である。

- (3)  $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta = 1 + (-3)^2 = 10$

$$\text{よって } \cos^2 \theta = \frac{1}{10}$$

$$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \text{ のとき、 } \cos \theta \leq 0 \text{ であるから } \cos \theta = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{また } \sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = -3 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

- [7] (1) 正弦定理により  $\frac{\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$

$$\text{よって } c = \sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3}$$

- (2) 正弦定理により  $\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}$

$$\text{よって } a = \sqrt{6} \cdot \sin 30^\circ \cdot \frac{1}{\sin 120^\circ} = \sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

- (3)  $B = 180^\circ - (105^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$

$$\text{正弦定理により } \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{\sin 30^\circ}$$

$$\text{よって } b = 4 \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{1}{\sin 30^\circ} = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

- [8] (1) 正弦定理により  $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2 \cdot 10$

$$\text{よって } a = 2 \cdot 10 \sin 120^\circ = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

- (2)  $A = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$

$$\text{正弦定理により } \frac{12}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ}$$

$$\text{よって } b = 12 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{\sin 45^\circ} = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{6}$$

- (3) 正弦定理により  $\frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}$

$$\text{よって } \sin A = \frac{\sin 120^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$C = 120^\circ$  より  $0^\circ < A < 60^\circ$  であるから  $A = 30^\circ$

- (4) 正弦定理により  $\frac{5}{\sin B} = 2 \cdot 5$

$$\text{よって } \sin B = \frac{5}{2 \cdot 5} = \frac{1}{2} \quad \text{したがって } B = 30^\circ, 150^\circ$$

- (5)  $C = 180^\circ - (50^\circ + 100^\circ) = 30^\circ$

$$\text{正弦定理により } \frac{5}{\sin 30^\circ} = 2R \quad \text{よって } R = \frac{5}{2 \sin 30^\circ} = 5$$

- [9] (1) 余弦定理により

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ac \cos B = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cos 60^\circ \\ &= 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 49 \end{aligned}$$

$$b > 0 \text{ であるから } b = \sqrt{49} = 7$$

- (2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4\sqrt{3} \cos 30^\circ \\ &= 49 + 48 - 2 \cdot 7 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 13 \end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ であるから } a = \sqrt{13}$$

- (3) 余弦定理により

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 2^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} \cos 45^\circ \\ &= 4 + 18 - 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 10 \end{aligned}$$

$$c > 0 \text{ であるから } c = \sqrt{10}$$

- [10] (1) 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cos 60^\circ \\ &= 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 28 \end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ であるから } a = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

- (2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ac \cos B = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos 120^\circ \\ &= 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 19 \end{aligned}$$

$$b > 0 \text{ であるから } b = \sqrt{19}$$

- (3) 余弦定理により

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{(4\sqrt{2})^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 7} = \frac{56}{56\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{よって } B = 45^\circ$$

- (4) 余弦定理により

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2 + 2^2 - (\sqrt{6})^2}{2 \cdot (1 + \sqrt{3}) \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって } C = 60^\circ$$

[11] △APBにおいて、余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} \text{AB}^2 &= \text{AP}^2 + \text{BP}^2 - 2 \times \text{AP} \times \text{BP} \times \cos 34^\circ \\ &= 20^2 + 25^2 - 2 \times 20 \times 25 \times 0.829 = 400 + 625 - 829 = 196 \end{aligned}$$

AB>0であるから AB=√196=14 よって、A、B間の距離は 14 m

[12] (1)  $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 169$ ,  $c^2 = 169$ であるから  $a^2 + b^2 = c^2$   
よって、角Cは直角である。

(2)  $a^2 + b^2 = 4^2 + 9^2 = 97$ ,  $c^2 = 100$ であるから  $a^2 + b^2 < c^2$   
よって、角Cは鈍角である。

(3)  $a^2 + b^2 = 9^2 + 10^2 = 181$ ,  $c^2 = 144$ であるから  $a^2 + b^2 > c^2$   
よって、角Cは鋭角である。

[13] (1) 余弦定理により

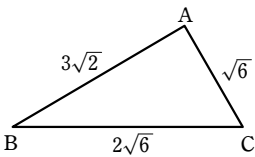
$$\cos A = \frac{(\sqrt{6})^2 + (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{6})^2}{2 \cdot \sqrt{6} \cdot 3\sqrt{2}} = 0$$

よって A=90°

$$\cos B = \frac{(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{6})^2 - (\sqrt{6})^2}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

よって B=30°

したがって C=180°-(90°+30°)=60°



[参考] A=90°であるから  $\cos B = \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  よって B=30°

(2) 余弦定理により

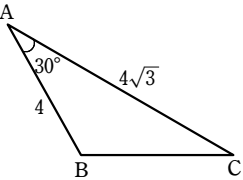
$$a^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 \cos 30^\circ = 16$$

a>0であるから a=√16=4

よって、△ABCはc=aの二等辺三角形であるから

$$C = A = 30^\circ$$

したがって B=180°-(30°+30°)=120°



(3) A=180°-(45°+105°)=30°

正弦定理により  $\frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$

よって  $b = \sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$

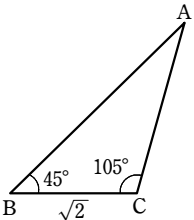
余弦定理により

$$2^2 = c^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot c \cdot \sqrt{2} \cos 45^\circ$$

整理して  $c^2 - 2c - 2 = 0$

これを解くと  $c = 1 \pm \sqrt{3}$

c>0であるから  $c = 1 + \sqrt{3}$



(4) 正弦定理により  $\frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}$

よって  $\sin C = \sqrt{3} \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B=30°より0°<C<150°であるから

$$C = 60^\circ, 120^\circ$$

[1] C=60°のとき

$$A = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$$

三平方の定理により

$$a = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

[2] C=120°のとき

$$A = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$$

よって、A=Bであるから、△ABCはa=b

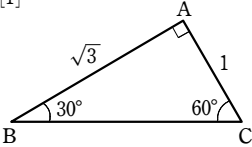
の二等辺三角形である。

したがって a=1

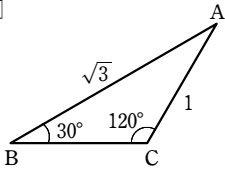
以上から a=2, A=90°, C=60°

または a=1, A=30°, C=120°

[1]



[2]



[14] ∠A=θとする。△ABDに余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} \text{BD}^2 &= 1^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} \cos \theta \\ &= 9 - 4\sqrt{2} \cos \theta \quad \dots\dots \text{①} \end{aligned}$$

四角形ABCDは円に内接するから

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - \theta$$

よって、△BCDに余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} \text{BD}^2 &= (\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cos(180^\circ - \theta) \\ &= 3 + 2\sqrt{2} \cos \theta \quad \dots\dots \text{②} \end{aligned}$$

①, ②から  $9 - 4\sqrt{2} \cos \theta = 3 + 2\sqrt{2} \cos \theta$

整理して  $6\sqrt{2} \cos \theta = 6$  よって  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

これを①に代入して  $\text{BD}^2 = 9 - 4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 5$

BD>0であるから BD=√5

したがって  $\cos \angle A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , BD=√5

