

2022年度
ベネッセ総合学力テスト

高 **1** 1 月



数学

[100分/100点満点]

受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は、この冊子の間にはさんであります。
3. 大問構成は下表のとおりです。選択問題は、学校から指示がある場合は、それに従っていずれか2題を選択し、解答してください。3題以上を解答してはいけません。

	必答問題	選択問題
数 学 (5題解答)	1, 2, 3	4・5・6 ※上記のいずれか2題を選択

4. 解答用紙には、学校名・受験番号・名前・フリガナを必ず記入してください。
5. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄の枠内に収まるように記入してください。
6. 選択問題は、選択した問題番号を解答用紙に必ず明記してください。
7. 問題文に指示のない限り、解答には必ず必要な説明・計算過程を示してください。

問題および解答解説は著作物です。著作権法で許容される範囲を超えて、第三者に譲渡し、また掲載内容を無断でコピーするなどの行為は違法であり、これを固く禁じます。また、受験の公平性等の観点から転売行為はこれを固く禁じます。

数 学 問 題

(100 分)

【必答問題】 次の **1**, **2**, **3** は全問解答せよ。

1 次の を正しくうめよ。ただし、解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$ を計算すると (ア) となる。

(2) 2 次関数 $y = x^2 + 6x + a + 4$ (a は定数) の $-4 \leq x \leq -1$ における最大値が 9 であるとき、 $a =$ (イ) である。

(3) 3 つの集合 A, B, C を次のように定める。

$$A = \{2n \mid n \text{ は自然数}\}, B = \{3n \mid n \text{ は自然数}\}, C = \{12n \mid n \text{ は自然数}\}$$

このとき、 $A \cap B = \{$ (ウ) $n \mid n \text{ は自然数}\}$ である。

また、自然数 x が C の要素であることは、 x が $A \cap B$ の要素であるための (エ) 。

(エ) にあてはまるものを、次の **1** ~ **4** のうちから一つ選び、番号で答えよ。

- 1** 必要十分条件である
- 2** 必要条件であるが、十分条件ではない
- 3** 十分条件であるが、必要条件ではない
- 4** 必要条件でも十分条件でもない

(4) A 店では 1 枚 500 円のハンカチを 1 枚買うごとに、タオル 1 枚につき 50 円引きになる券（以下、値引券）を 1 枚もらえる。花子さんはこの値引券を 5 枚持っていた。ある日、花子さんは A 店で 1 枚 500 円のハンカチを何枚か買い、その後さらに、以前から持っていた 5 枚と合わせて、持っている値引券をすべて利用し、1 枚 600 円のタオルをその値引券と同じ枚数だけ買おうとしている。花子さんがこのハンカチとタオルを合計 8000 円以下で買うとき、ハンカチは最大 (カ) 枚買うことができる。ただし、消費税は考えないものとする。

(配点 20)

2

[1] 2次方程式 $x^2 - 4x + 1 = 0$ の2つの解のうち、大きい方の解を p 、小さい方の解を q とする。

(1) $a = p - q - 3$ とするとき、 a の値を求めよ。

(2) (1)のとき、不等式 $ax - 6 > 0$ を満たす x のうち、最小の整数値を求めよ。 (配点 10)

[2] 太郎さんと花子さんは次の【問題1】について考えている。

【問題1】

2 次関数 $f(x) = x^2 - 2x + c$ (c は定数) がある。 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対し、不等式 $f(x) \geq 0$ が成り立つような c の値の範囲を求めよ。

この【問題1】に対して、花子さんは以下のように解答したが、【花子さんの解答】を読んだ太郎さんは、この解答が間違いであることを指摘している。

【花子さんの解答】

$x \geq 0$ を満たすすべての x に対し、 $f(x) \geq 0$ が成り立つ条件は

$$f(0) \geq 0$$

$f(0) = c$ であるから、求める c の値の範囲は $c \geq 0$

太郎： $y = f(x)$ のグラフを考えたかな。まずはグラフの軸を確認しよう。

花子：軸は直線 $x = \boxed{\text{ア}}$ で、グラフは下に凸の放物線だね。

太郎：そうだね。それでは、花子さんの求めた「 $f(0) \geq 0$ 」すなわち「 $c \geq 0$ 」が成り立つときに、「 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対し $f(x) \geq 0$ 」が成り立つのかな。

次の3つの $y = f(x)$ のグラフはすべて「 $f(0) \geq 0$ 」を満たしているけれど、

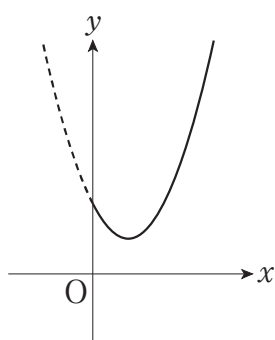
$\boxed{\text{イ}}$ は「 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対し、 $f(x) \geq 0$ 」が成り立っていないね。

花子：本当だ。「 $f(0) \geq 0$ 」が成り立てばよいと考えていたことが間違っていたね。

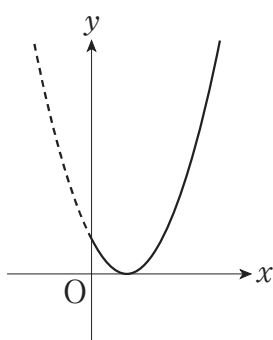
(1) $\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる数を答えよ。

(2) $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまるグラフを、次の1～3のうちから一つ選び、番号で答えよ。

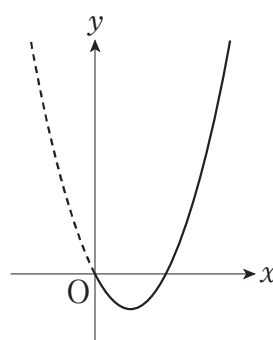
1



2



3



(3) 太郎さんと花子さんの会話を参考にして、次の【問題2】を解け。

【問題2】

2 次関数 $g(x) = x^2 - 2x + a^2 - 3a + 1$ (a は定数) がある。 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対し、不等式 $g(x) \geq 0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(配点 10)

3 2つの2次関数 $f(x) = 2x^2 + 2kx + k$, $g(x) = x^2 - x - k^2 + k$ がある。ただし、 k は定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を k を用いて表せ。

(2) 2次不等式 $g(x) < 0$ を解け。

(3) $k < \frac{1}{2}$ とする。 $g(x) < 0$ を満たす x の範囲において、 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わるような k の値の範囲を求めよ。(配点 20)

【選択問題】 次の **4**, **5**, **6** のうちから 2 題を選んで解答せよ。

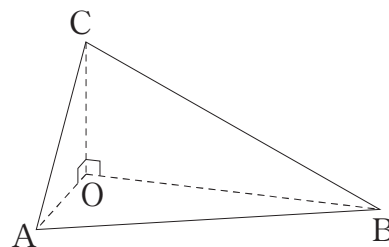
4 四面体 $OABC$ がある。 $OA=1$, $OB=3$, $\cos\angle AOB=-\frac{1}{3}$

であり, $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ である。

(1) 辺 AB の長さを求めよ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。また, $\angle OAC = \angle OCB$ であるとき, 辺 OC の長さを求めよ。

(3) (2)のとき, 辺 AB 上を点 P が動くものとする。 $\tan\angle OCP$ の最小値を求めよ。(配点 20)



5 A, B の 2 人が 1 枚ずつ硬貨を持っており, その硬貨を同時に投げる試行を行い, 次のように点を与える。

・ 1 枚が表で, 他の 1 枚が裏の場合

表が出た人には 1 点, 裏が出た人には 0 点

・ 2 枚とも表, または, 2 枚とも裏の場合

両者ともに 0 点

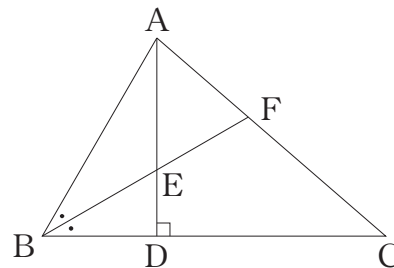
この試行を繰り返し行い, 得点の合計が先に 2 点になった人を勝者とし, 試行を終了する。

(1) 1 回の試行で A が 1 点を得る確率を求めよ。また, 1 回の試行で両者ともに 0 点である確率を求めよ。

(2) 2 回の試行で A が勝者となる確率を求めよ。また, 3 回の試行で A が勝者となる確率を求めよ。

(3) 4 回以内の試行で A が勝者となる確率を求めよ。(配点 20)

- 6** $AB = 6$, $BC = 9$ である鋭角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC へ下ろした垂線と辺 BC の交点を D とし、 $\angle ABC$ の二等分線と線分 AD 、辺 AC の交点をそれぞれ E , F とすると、 $AE : ED = 2 : 1$ である。



- (1) $\frac{AF}{FC}$ の値を求めよ。また、線分 BD の長さを求めよ。
- (2) 線分 AD を直径とする円と辺 AB の交点のうち、 A でない方の点を G とするとき、線分 BG の長さを求めよ。また、直線 CE と辺 AB の交点を H とするとき、線分 BH の長さを求めよ。
- (3) $\frac{BE}{EF}$ の値を求めよ。また、(2)の G , H について、 $\triangle EGH$ の面積を S_1 , $\triangle EFH$ の面積を S_2 とするとき、 $\frac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ。 (配点 20)

—

==

==