

2023年度  
ベネッセ総合学力テスト

高 **1** 1 月



# 数学

[100分/100点満点]

## 受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は、この冊子の間にはさんであります。
3. 大問構成は下表のとおりです。選択問題は、学校から指示がある場合は、それに従っていずれか2題を選択し、解答してください。3題以上を解答してはいけません。

|               | 必答問題    | 選択問題                   |
|---------------|---------|------------------------|
| 数 学<br>(5題解答) | 1, 2, 3 | 4・5・6<br>※上記のいずれか2題を選択 |

問題および解答解説は著作物です。著作権法で許容される範囲を超えて、第三者に譲渡し、また掲載内容を無断でコピーするなどの行為は違法であり、これを固く禁じます。また、受験の公平性等の観点から転売行為はこれを固く禁じます。

4. 解答用紙には、学校名・受験番号・名前・フリガナを必ず記入してください。
5. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄の枠内に収まるように記入してください。
6. 選択問題は、選択した問題番号を解答用紙に必ず明記してください。
7. 問題文に指示のない限り、解答には必ず必要な説明・計算過程を示してください。

# 数 学 問 題

(100 分)

【必答問題】 次の 1 , 2 , 3 は全問解答せよ。

1 次の   を正しくうめよ。ただし、解答欄には答えのみを記入せよ。

(1)  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$  ,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  のとき、 $xy =$ (ア) $, x^2 - xy + y^2 =$ (イ) $$ である。

(2)  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  を全体集合とし、 $U$  の部分集合を  $A, B$  とする。

$A = \{x \mid 5x - 2 \leq 18, x \in U\}$  ,  $B = \{x \mid -x + 5 < 3, x \in U\}$  のとき、集合  $A \cap B = \{$ (ウ) $\}$

であり、集合  $\overline{A} \cup \overline{B} = \{$ (エ) $\}$  である。

ただし、 $\overline{A}, \overline{B}$  はそれぞれ  $A, B$  の補集合を表す。また、(ウ) , (エ) には要素を書き並べて答えよ。

(3) 2 次関数  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と 2 点  $(1, 0)$  ,  $(3, 0)$  で交わり、点  $(0, 6)$  を通るとき、

$f(x) =$ (オ) $$ である。

(4) 花子さんは、1 日に  $x$  ページずつ読むと、ちょうど 30 日で読み終える総ページ数が  $30x$  ページの本を読むことにした。花子さんは 1 日目に  $x$  ページ読み、2 日目からは前日に読んだ分の振り返りができるよう、前日に読んだ最後の 3 ページを含め、 $x$  ページずつ読むことにした。つまり、花子さんが 1 日に読み進めるページ数は

|         |             |             |       |
|---------|-------------|-------------|-------|
| 1 日目    | 2 日目        | 3 日目        | ..... |
| $x$ ページ | $x - 3$ ページ | $x - 3$ ページ | ..... |

である。このように読み進めると、花子さんは 48 日目にこの本を読み終えた。このとき、

花子さんが 47 日目までに読み進めたページ数は、 $x$  を用いて (カ) (ページ) と表すこ

とができ、花子さんが 1 日に読んだページ数  $x$  は (キ) である。ただし、 $x$  は整数で

$x \geq 4$  とする。 (配点 20)

2

[1]  $x$  についての不等式

$$x^2 - 3x - 10 \geq 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x+1)(x-k) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

がある。ただし、 $k$  は定数で、 $k \neq -1$  とする。

- (1) 不等式①を解け。
- (2) 不等式①、②を同時に満たす整数  $x$  がちょうど 3 個存在するような  $k$  の値の範囲を求めよ。(配点 10)

[2] 次の【課題】に対する、先生と太郎さんの会話を読んで、下の問いに答えよ。

【課題Ⅰ】

$a$  を正の定数とする。実数  $x$  に関する 2 つの条件  $p, q$  を次のように定める。

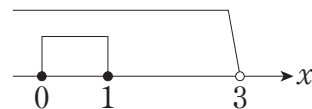
$$p: 0 \leq x \leq a$$

$$q: x < 3$$

命題「 $p \implies q$ 」の真偽を調べよ。

先生：条件  $p$  は  $a$  の値によって  $x$  の値の範囲が変わりますね。 $a=1$  のとき、命題「 $p \implies q$ 」の真偽について考えてみましょう。

太郎： $a=1$  のとき、条件  $p, q$  を満たす実数  $x$  の値の範囲をそれぞれ数直線上に表すと右の図のようになるから、命題「 $p \implies q$ 」は真であると言えます。



先生：正解です。では、 $a=2$  のときも考えてみましょう。

太郎： $a=2$  のとき、命題「 $p \implies q$ 」は  であると言えます。

先生：そうですね。では、命題「 $p \implies q$ 」が真となるような  $a$  の値の範囲はどうなりますか。

太郎：命題「 $p \implies q$ 」が真となるような  $a$  の値の範囲は  です。

先生：正解です。では、次に【課題Ⅱ】を考えてみましょう。

【課題Ⅱ】

$b$  を実数の定数とする。実数  $x$  に関する 2 つの条件  $s, t$  を次のように定める。

$$s: 3 \leq x < 5$$

$$t: x < b \text{ または } b+1 < x$$

命題「 $s \implies t$ 」の真偽を調べよ。

先生：命題「 $s \implies t$ 」が真となるような  $b$  の値の範囲はどうなりますか。

太郎：【課題Ⅰ】と同じように数直線を利用して考えたら解けそうです。

- (1)  にあてはまるものを、次の **1**、**2** のうちから一つ選び、番号で答えよ。

**1** 真

**2** 偽

- (2)  にあてはまるものを、次の **1**～**4** のうちから一つ選び、番号で答えよ。

**1**  $0 < a < 3$

**2**  $0 < a \leq 3$

**3**  $3 < a$

**4**  $3 \leq a$

- (3) 命題「 $s \implies t$ 」が真となるような  $b$  の値の範囲を求めよ。

(配点 10)

**3** 2 次関数  $f(x) = 2x^2 + ax$  がある。ただし、 $a$  は定数とする。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフの頂点の座標を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$  における  $f(x)$  の最大値が 6 となるような  $a$  の値を求めよ。
- (3) 2 次関数  $g(x) = -x^2 + 4x$  がある。 $a$  を(2)で求めた値とし、 $t$  は定数で  $t > -2$  とする。  
 $-2 \leq x \leq t$  における  $f(x)$  の最小値を  $m$ 、 $-2 \leq x \leq t$  における  $g(x)$  の最大値を  $M$  とするとき、 $M + m > -2t$  となるような  $t$  の値の範囲を求めよ。 (配点 20)

【選択問題】 次の **4**, **5**, **6** のうちから 2 題を選んで解答せよ。

**4**  $AB = 3$ ,  $CA = \sqrt{3}$ ,  $\cos \angle BAC = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  である  $\triangle ABC$  がある。

- (1) 辺  $BC$  の長さを求めよ。
- (2)  $\triangle ABC$  の外接円の半径を求めよ。また、 $\triangle ABC$  の外接円の点  $A$  を含まない弧  $BC$  上に、点  $D$  を線分  $AD$  が  $\triangle ABC$  の外接円の直径となるようにとる。このとき、 $\sin \angle BAD$  の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、線分  $AD$  と辺  $BC$  の交点を  $E$  とする。 $\frac{BE}{EC}$  の値を求めよ。また、 $\triangle ABE$  の外接円の半径を求めよ。

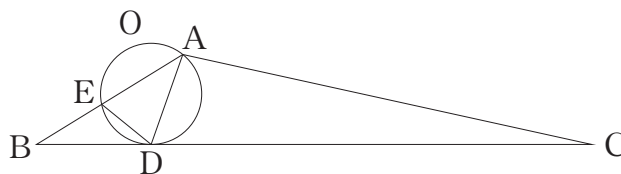
(配点 20)

**5** 袋の中に、1, 2, 3, 4 の数が 1 つずつ書かれた 4 個の赤玉と、1, 2, 3 の数が 1 つずつ書かれた 3 個の青玉、1, 2 の数が 1 つずつ書かれた 2 個の白玉の全部で 9 個の玉が入っている。この袋から同時に 3 個の玉を取り出す。

- (1) 取り出した玉がすべて赤玉である確率を求めよ。
- (2) 取り出した玉に書かれた数の和が 4 である確率を求めよ。また、取り出した玉に書かれた数の和が 5 である確率を求めよ。
- (3) 取り出した玉に書かれた数の和が 6 以下である確率を求めよ。また、取り出した玉に書かれた数の和が 6 であり、かつ、取り出した玉の色がすべて異なる確率を求めよ。

(配点 20)

- 6**  $AB=9$  の  $\triangle ABC$  があり、辺  $BC$  上に  $BD=6$  となる点  $D$  をとる。また、点  $A$  を通り、点  $D$  で辺  $BC$  に接する円を  $O$  とし、円  $O$  と辺  $AB$  の交点のうち、 $A$  でない方の点を  $E$  とする。



- (1) 線分  $BE$  の長さを求めよ。
- (2) 2 直線  $AD$ ,  $CE$  の交点を  $F$  とする。線分  $BF$  が  $\angle ABD$  の二等分線であるとき、 $\frac{DF}{FA}$  の値を求めよ。また、 $\angle ADE = \angle ADC$  となるとき、線分  $AD$  の長さを求めよ。
- (3) (2)の点  $F$  について、線分  $BF$  が  $\angle ABD$  の二等分線であるとする。このとき、 $\frac{BC}{CD}$  の値と  $\frac{EF}{FC}$  の値をそれぞれ求めよ。 (配点 20)

—

=

—