解説

$\boxed{1}$ (1) $\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2}{3}$，$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(2) $\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

(3) $AB=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ であるから

$\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{5}{5}=1$

(4) $AC=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=\sqrt{9}=3$ であるから

$\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$，$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$，$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2}{3}$

(1) $\sin\alpha=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{17}$　　$\sin\beta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{15}{17}$

$\cos\alpha=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{15}{17}$　　$\cos\beta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{17}$

$\tan\alpha=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{8}{15}$　　$\tan\beta=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{15}{8}$

(2) $BC=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

よって　$\sin\alpha=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$　　$\sin\beta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{4}$

$\cos\alpha=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{4}$　　$\cos\beta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan\alpha=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$　　$\tan\beta=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{\sqrt{7}}$

(3) $AB=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

よって　$\sin\alpha=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　$\sin\beta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\alpha=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　$\cos\beta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\alpha=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{3}=1$　　$\tan\beta=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{3}=1$

$\boxed{2}$ (1) 0.4067　(2) 0.9903　(3) 7.1154

$\boxed{3}$ (1) $\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{7}{8}=0.875$

よって，三角比の表から　$\theta\fallingdotseq 29^\circ$

(2) $\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{6}{5}=1.2$

よって，三角比の表から　$\theta\fallingdotseq 50^\circ$

(3) $\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{8}=0.625$

よって，三角比の表から　$\theta\fallingdotseq 39^\circ$

$\boxed{4}$ (1) $x=AB\times\cos32^\circ=4\times0.8480=3.392\fallingdotseq3.4$

$y=AB\times\sin32^\circ=4\times0.5299=2.1196\fallingdotseq2.1$

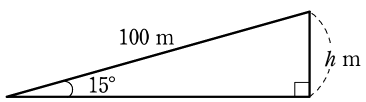
(2) $x=BC\times\tan70^\circ=2\times2.7475=5.495\fallingdotseq5.5$

$\boxed{5}$ 鉛直方向に h m 下りるとする。

条件から　$h=100\sin15^\circ$

$=100\times0.2588$

$=25.88\fallingdotseq26$ (m)



(1) 右の図において，建物の高さ BC は

$BC=10\times\sin63^\circ$

$=10\times0.8910$

$=8.91$

$\fallingdotseq8.9$ (m)

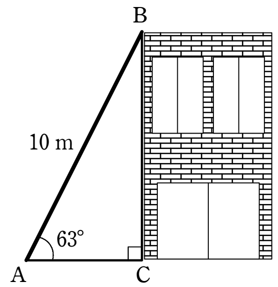
はしごの下端と建物の水平距離 AC は

$AC=10\times\cos63^\circ$

$=10\times0.4540$

$=4.54$

$\fallingdotseq4.5$ (m)



(2) 右の図において，木の高さ BD は

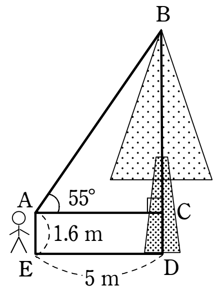
$BD=BC+CD$

$=5\times\tan55^\circ+1.6$

$=5\times1.4281+1.6$

$=8.7405$

$\fallingdotseq8.7$ (m)

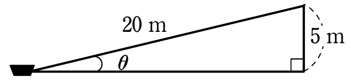


(3) ロープと海面のなす角を θ とする。

条件から　$\sin\theta=\dfrac{5}{20}=0.25$

$\sin14^\circ=0.2419$，$\sin15^\circ=0.2588$ であるから

$\theta\fallingdotseq14^\circ$　　よって　約 14°



$\boxed{6}$ 右の図において

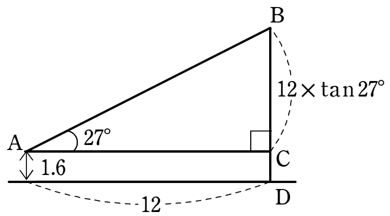
$BC=AC\tan27^\circ$

$=12\times0.5095$

$=6.114\fallingdotseq6.1$

よって，木の高さ BD は

$BD=6.1+1.6=7.7$ (m)



その地点と建物との距離を x m とすると

$\tan30^\circ=\dfrac{40}{x}$

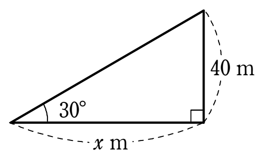
すなわち　$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{40}{x}$

よって　$x=40\sqrt{3}$

$\fallingdotseq40\times1.73$

$=69.2$

$\fallingdotseq69$ (m)



$\boxed{7}$ (1) $CD=BC\times\sin45^\circ=4\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

(2) $CD=AC\times\sin60^\circ$ であるから

$AC=CD\times\dfrac{1}{\sin60^\circ}=2\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\boxed{8}$ (1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$

$\cos\theta>0$ であるから

$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{5}{13}\right)^2=\dfrac{144}{169}$

$\sin\theta>0$ であるから

$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{144}{169}}=\dfrac{12}{13}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{12}{13}\div\dfrac{5}{13}=\dfrac{12}{13}\times\dfrac{13}{5}=\dfrac{12}{5}$

(3) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+3^2=10$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{10}$

$\cos\theta>0$ であるから

$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{1}{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

また，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ から

$\sin\theta=\tan\theta\times\cos\theta=3\times\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

(4) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{4}{5}$

$\cos\theta>0$ であるから

$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{4}{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\div\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{1}{2}$

(5) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{5}{9}$

$\sin\theta>0$ であるから

$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{5}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(6) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{10}{9}$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{9}{10}$

$\cos\theta>0$ であるから

$\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

また，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ から

$\sin\theta=\tan\theta\times\cos\theta=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

9 (1) $\sin 73^\circ = \sin(90^\circ - 17^\circ) = \cos 17^\circ$

(2) $\cos 54^\circ = \cos(90^\circ - 36^\circ) = \sin 36^\circ$

(3) $\tan 50^\circ = \tan(90^\circ - 40^\circ) = \dfrac{1}{\tan 40^\circ}$

(1) $\sin 57^\circ = \sin(90^\circ - 33^\circ) = \cos 33^\circ$

(2) $\cos 82^\circ = \cos(90^\circ - 8^\circ) = \sin 8^\circ$

(3) $\tan 71^\circ = \tan(90^\circ - 19^\circ) = \dfrac{1}{\tan 19^\circ}$

10

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	0

11 (1) $110^\circ = 180^\circ - 70^\circ$ であるから　$\sin 110^\circ = \sin 70^\circ$

(2) $168^\circ = 180^\circ - 12^\circ$ であるから　$\cos 168^\circ = -\cos 12^\circ$

(3) $97^\circ = 180^\circ - 83^\circ$ であるから　$\tan 97^\circ = -\tan 83^\circ$

(1) $170^\circ = 180^\circ - 10^\circ$ であるから　$\sin 170^\circ = \sin 10^\circ$

(2) $125^\circ = 180^\circ - 55^\circ$ であるから　$\cos 125^\circ = -\cos 55^\circ$

(3) $143^\circ = 180^\circ - 37^\circ$ であるから　$\tan 143^\circ = -\tan 37^\circ$

12 (1) $\sin 145^\circ = \sin(180^\circ - 35^\circ) = \sin 35^\circ = 0.5736$

別解　$\sin 145^\circ = \sin(90^\circ + 55^\circ) = \cos 55^\circ = 0.5736$

(2) $\cos 168^\circ = \cos(180^\circ - 12^\circ) = -\cos 12^\circ = -0.9781$

別解　$\cos 168^\circ = \cos(90^\circ + 78^\circ) = -\sin 78^\circ = -0.9781$

(3) $\tan 159^\circ = \tan(180^\circ - 21^\circ) = -\tan 21^\circ = -0.3839$

(1) $\sin 130^\circ = \sin(180^\circ - 50^\circ) = \sin 50^\circ$

$= 0.7660$

(2) $\cos 178^\circ = \cos(180^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ$

$= -0.9994$

(3) $\tan 159^\circ = \tan(180^\circ - 21^\circ) = -\tan 21^\circ$

$= -0.3839$

13 (1) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$$

よって　　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{4}$

したがって　　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{3}{8}$

(2)　$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$

$= 1 - 2\sin\theta\cos\theta = 1 - 2\cdot\left(-\dfrac{3}{8}\right) = \dfrac{7}{4}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$，$\sin\theta\cos\theta < 0$ から

$\sin\theta > 0$，$\cos\theta < 0$

よって，$\sin\theta - \cos\theta > 0$ であるから

$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{2}{3}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{9}$$

よって　　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{4}{9}$

したがって　　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{5}{18}$

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)\{(\sin^2\theta + \cos^2\theta) - \sin\theta\cos\theta\}$

$= \dfrac{2}{3}\cdot\left\{1 - \left(-\dfrac{5}{18}\right)\right\} = \dfrac{23}{27}$

別解　$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)^3 - 3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta + \cos\theta)$

$= \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 - 3\cdot\left(-\dfrac{5}{18}\right)\cdot\dfrac{2}{3} = \dfrac{8}{27} + \dfrac{5}{9} = \dfrac{23}{27}$

(3)　$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$

$= 1 - 2\sin\theta\cos\theta$

$= 1 - 2\cdot\left(-\dfrac{5}{18}\right) = \dfrac{14}{9}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$，$\sin\theta\cos\theta < 0$ から

$\sin\theta > 0$，$\cos\theta < 0$

よって，$\sin\theta - \cos\theta > 0$ であるから

$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

14 (1) $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$

$= (\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) + (\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= 2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 2\cdot 1 = 2$

(2) $(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) = 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$

また，$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から　　$\dfrac{1}{1 + \tan^2\theta} = \cos^2\theta$

よって　　$(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) - \dfrac{1}{1 + \tan^2\theta} = \cos^2\theta - \cos^2\theta = 0$