数学Ⅱ　2学期中間考査　対策プリント

1 次の等式が恒等式であるかどうかを確認せよ。 (3点)

(1) $(x-1)(x+3)=x^2+2x-3$　(2) $(x-2)(x+5)=3x-1$

次の等式のうち，恒等式はどれか。

(1) $16x^2-9=(4x+3)(4x-3)$　(2) $(x-1)(x+3)=x^2+2x+3$

(3) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$　(4) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+5}=\dfrac{2}{x(x+5)}$

2 $3x^2-2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ が x についての恒等式であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。 (3点)

次の等式が x についての恒等式であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

(1) $a(x+2)-b(x-2)=4x$

(2) $x^3+ax-1=(x^2-bx)(x+2)+6x+c$

(3) $2x^2+1=a(x+1)^2+b(x+1)+c$

(4) $ax^2+bx+3=(x-1)(x+1)+c(x+2)^2$

3 次の等式を証明せよ。 (4点)

(1) $(a+1)^2-(a-1)^2=4a$　(2) $(a+2b)^2+(2a-b)^2=5(a^2+b^2)$

(3) $(a^2-1)(b^2-1)=(ab-1)^2-(a-b)^2$

4 次の不等式を証明せよ。 (4点)

(1) $a>1$ のとき　$4a-6>a-3$　(2) $a>b$ のとき　$3a+4b>2a+5b$

5 次の2数の相加平均と相乗平均をそれぞれ求めよ。 (4点)

(1) 3 と 9　(2) 2 と 6　(3) 5 と 5

(4) 4 と 16　(5) 27 と 45　(6) 20 と 200

6 $a>0$，$b>0$ のとき，次の不等式を証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。 (4点)

(1) $a+\dfrac{16}{a}\geqq 8$　(2) $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{4b}\geqq 1$

7 次の等式を満たす実数 x，y の値を求めよ。 (4点)

(1) $x+3i=\sqrt{3}+yi$　(2) $(x+2)+(y-1)i=1+3i$

(3) $x+yi=-\sqrt{5}\,i$　(4) $(x+1)+(y-2)i=-3$

8 次の計算をせよ。 (10点)

(1) $(4+4i)+(3-2i)$　(2) $(6+5i)-(2+i)$

(3) $(2-4i)(5+3i)$　(4) $\dfrac{4-3i}{2+3i}$

次の計算をせよ。

(1) $i+5i$　(2) $(2+3i)+(5+8i)$

(3) $(1+2i)+(7-6i)$　(4) $(1-i)-(2+3i)$

(5) $(8+3i)-(4+6i)$　(6) $(2+i)-(4-3i)$

(7) $4i(1-3i)$　(8) $(3+i)(1+i)$

(9) $(1+3i)(2+4i)$　(10) $(2+5i)(3-2i)$

(11) $(2+3i)(2-3i)$　(12) $(1+2i)^2$

次の計算をせよ。

(1) $\dfrac{2+3i}{1+3i}$　(2) $\dfrac{2+5i}{1-4i}$

9 次の複素数と共役な複素数を求めよ。 (4点)

(1) $4+3i$　(2) $3-i$

(3) $4i$　(4) 2

10 次の計算をせよ。 (4点)

(1) $\dfrac{2}{i}$　(2) $\dfrac{1}{-4i}$　(3) $\dfrac{5}{1+2i}$

(4) $\dfrac{8}{2-3i}$　(5) $\dfrac{2+3i}{1+3i}$　(6) $\dfrac{3-2i}{3+2i}$

11 次の数を，i を用いて表せ。 (4点)

(1) $\sqrt{-11}$　(2) $-\sqrt{-32}$　(3) -1 の平方根　(4) -18 の平方根

次の数を，i を用いて表せ。

(1) $\sqrt{-7}$　(2) $\sqrt{-9}$　(3) $-\sqrt{-25}$

(4) -16 の平方根　(5) -45 の平方根

12 次の等式を満たす実数 x，y の値を求めよ。 (6点)

(1) $(3+i)x+(1-2i)y=1+5i$　(2) $(1-3i)x+(3-2i)y=9-2i$

13 次の2次方程式を解け。 (12点)

(1) $x^2-x+1=0$　(2) $x^2-6x+9=0$

(3) $x^2+7x+8=0$　(4) $x^2-8x+24=0$

(5) $2x^2-4x+3=0$　(6) $x^2-\sqrt{5}\,x+3=0$

次の2次方程式を解け。

(1) $x^2+5x+1=0$　(2) $x^2-3x+2=0$　(3) $x^2-4x+5=0$

(4) $x^2+\sqrt{3}\,x+2=0$　(5) $x^2+8x+16=0$　(6) $3x^2-x+1=0$

(7) $x^2+\sqrt{2}\,x-4=0$　(8) $x^2-x+\dfrac{1}{4}=0$　(9) $3x^2+5x+6=0$

(10) $2x^2-7x-15=0$　(11) $-3x^2+2x+2=0$　(12) $2x^2+4\sqrt{3}\,x+7=0$

14 次の2次方程式の解の種類を判別せよ。 (4点)

(1) $x^2-3x+3=0$　(2) $x^2+3x+1=0$

(3) $9x^2-6x+1=0$　(4) $6x^2+7x+3=0$

(5) $3x^2-2x-3=0$　(6) $4x^2-\sqrt{7}\,x+2=0$

15 次の2次方程式が重解をもつような，定数 a の値を求めよ。 (6点)

(1) $x^2+2x+2a-1=0$　(2) $x^2-ax+2a-3=0$

2次方程式 $x^2+2ax+a+2=0$ が異なる2つの虚数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

16 次の2次方程式の2つの解の和と積を，それぞれ求めよ。 (4点)

(1) $x^2+5x+3=0$　(2) $2x^2-6x+1=0$

(3) $3x^2-4x-3=0$　(4) $4x^2+6x-5=0$

80点はここから

解説

1 (1)　$(x-1)(x+3)=x^2+2x-3$

左辺を展開すると右辺が導かれるから，この等式は恒等式である。

(2)　$(x-2)(x+5)=3x-1$

左辺を展開すると，等式は

$x^2+3x-10=3x-1$

となり，左辺と右辺は同じ式にならないから，この等式は恒等式ではない。

(1)　右辺を展開すると　$(4x+3)(4x-3)=(4x)^2-3^2=16x^2-9=$左辺

よって，恒等式である。

(2)　左辺を展開すると　$(x-1)(x+3)=x^2+2x-3\neq$右辺

よって，恒等式ではない。

(3)　左辺を展開すると

$(a+b)^2-(a-b)^2=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)=4ab=$右辺

よって，恒等式である。

(4)　左辺を計算すると

$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+5}=\dfrac{x+5}{x(x+5)}+\dfrac{x}{x(x+5)}=\dfrac{(x+5)+x}{x(x+5)}=\dfrac{2x+5}{x(x+5)}\neq$右辺

よって，恒等式ではない。

2 等式の右辺を x について整理すると

$a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$=a(x^2-2x+1)+b(x-1)+c\quad=ax^2-(2a-b)x+a-b+c$

よって，等式は次のようになる。

$3x^2-2x+1=ax^2-(2a-b)x+a-b+c$

これが x についての恒等式であるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較して

$a=3$，$2a-b=2$，$a-b+c=1$

これを解いて　$a=3$，$b=4$，$c=2$

(1)　等式の左辺を x について整理すると

$a(x+2)-b(x-2)=(a-b)x+(2a+2b)$

よって，等式は次のようになる。

$(a-b)x+(2a+2b)=4x$

これが x についての恒等式であるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較して

$a-b=4$，　$2a+2b=0$

これを解いて　　$a=2$，$b=-2$

(2)　等式の右辺を x について整理すると

$(x^2-bx)(x+2)+6x+c=x^2(x+2)-bx(x+2)+6x+c$

$=x^3+(2-b)x^2+(-2b+6)x+c$

よって，等式は次のようになる。

$x^3+ax-1=x^3+(2-b)x^2+(-2b+6)x+c$

これが x についての恒等式であるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較して

$0=2-b$，　$a=-2b+6$，　$-1=c$

これを解いて　　$a=2$，$b=2$，$c=-1$

(3)　等式の右辺を x について整理すると

$a(x+1)^2+b(x+1)+c=a(x^2+2x+1)+b(x+1)+c$

$=ax^2+(2a+b)x+(a+b+c)$

よって，等式は次のようになる。

$2x^2+1=ax^2+(2a+b)x+(a+b+c)$

これが x についての恒等式であるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較して

$2=a$，　$0=2a+b$，　$1=a+b+c$

これを解いて　　$a=2$，$b=-4$，$c=3$

(4)　等式の右辺を x について整理すると

$(x-1)(x+1)+c(x+2)^2=(x^2-1)+c(x^2+4x+4)$

$=(1+c)x^2+4cx+(4c-1)$

よって，等式は次のようになる。

$ax^2+bx+3=(1+c)x^2+4cx+(4c-1)$

これが x についての恒等式であるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較して

$a=1+c$，　$b=4c$，　$3=4c-1$

これを解いて　　$a=2$，$b=4$，$c=1$

3 (1)　左辺$=(a^2+2a+1)-(a^2-2a+1)$

$=a^2+2a+1-a^2+2a-1=4a=$右辺

したがって　$(a+1)^2-(a-1)^2=4a$

(2)　左辺$=(a^2+4ab+4b^2)+(4a^2-4ab+b^2)$

$=5a^2+5b^2=5(a^2+b^2)=$右辺

したがって　$(a+2b)^2+(2a-b)^2=5(a^2+b^2)$

(3)　両辺をそれぞれ計算すると

左辺$=a^2b^2-a^2-b^2+1$

右辺$=a^2b^2-2ab+1-(a^2-2ab+b^2)$

$=a^2b^2-a^2-b^2+1$

左辺と右辺が同じ式になるから

$(a^2-1)(b^2-1)=(ab-1)^2-(a-b)^2$

(1)　$a+b=1$ から　$b=1-a$

このとき　右辺$=b^2-b=(1-a)^2-(1-a)$

$=1-2a+a^2-1+a=a^2-a=$左辺

したがって　$a^2-a=b^2-b$

(2)　$a+b=3$ から　$b=3-a$

よって　左辺$-$右辺$=(a^2+b^2)-(9-2ab)$

$=a^2+(3-a)^2-\{9-2a(3-a)\}$

$=a^2+9-6a+a^2-(9-6a+2a^2)=0$

したがって　$a^2+b^2=9-2ab$

4 (1)　左辺$-$右辺$=(4a-6)-(a-3)$

$=4a-6-a+3$

$=3a-3=3(a-1)$

ここで，$a>1$ であるから　$3(a-1)>0$

よって　左辺$-$右辺>0

したがって　$4a-6>a-3$

(2)　左辺$-$右辺$=(3a+4b)-(2a+5b)$

$=3a+4b-2a-5b$

$=a-b$

ここで，$a>b$ であるから　$a-b>0$

よって　左辺$-$右辺>0

したがって　$3a+4b>2a+5b$

(3)　左辺$-$右辺$=(4a+8b)-(3a+9b)$

$=4a+8b-3a-9b$

$=a-b$

ここで，$a>b$ であるから　$a-b>0$

よって　左辺$-$右辺>0

したがって　$4a+8b>3a+9b$

(4)　左辺$-$右辺$=(5a-3b)-(3a-b)$

$=5a-3b-3a+b$

$=2a-2b=2(a-b)$

ここで，$a>b$ であるから　$2(a-b)>0$

よって　左辺$-$右辺>0

したがって　$5a-3b>3a-b$

5 (1)　3 と 9 の相加平均は　$\dfrac{3+9}{2}=6$，相乗平均は　$\sqrt{3\times 9}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

(2)　2 と 6 の相加平均は　$\dfrac{2+6}{2}=4$，相乗平均は　$\sqrt{2\times 6}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(3)　5 と 5 の相加平均は　$\dfrac{5+5}{2}=5$，相乗平均は　$\sqrt{5\times 5}=\sqrt{5^2}=5$

(4)　4 と 16 の相加平均は　$\dfrac{4+16}{2}=10$，相乗平均は　$\sqrt{4\times 16}=\sqrt{64}=8$

(5)　27 と 45 の相加平均は　$\dfrac{27+45}{2}=36$，相乗平均は　$\sqrt{27\times 45}=\sqrt{3^5\times 5}=9\sqrt{15}$

(6)　20 と 200 の相加平均は　$\dfrac{20+200}{2}=110$，

相乗平均は　$\sqrt{20\times 200}=\sqrt{4000}=20\sqrt{10}$

6 (1)　$a>0$ のとき，$\dfrac{16}{a}>0$ である。

よって，相加平均と相乗平均の大小関係により

$a+\dfrac{16}{a}\geqq 2\sqrt{a\cdot\dfrac{16}{a}}$

したがって　$a+\dfrac{16}{a}\geqq 8$

等号が成り立つのは　$a>0$ かつ $a=\dfrac{16}{a}$　すなわち，$a=4$ のときである。

(2)　$a>0$，$b>0$ のとき，$\dfrac{b}{a}>0$，$\dfrac{a}{4b}>0$ である。

よって，相加平均と相乗平均の大小関係により

$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{4b}\geqq 2\sqrt{\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{a}{4b}}$

したがって　$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{4b}\geqq 1$

等号が成り立つのは　$a>0$，$b>0$ かつ $\dfrac{b}{a}=\dfrac{a}{4b}$　すなわち，$a=2b$ のときである。

7 (1)　$x+3i=\sqrt{3}+yi$

x，y は実数であるから　$x=\sqrt{3}$，$y=3$

(2)　$(x+2)+(y-1)i=1+3i$

$x+2$，$y-1$ は実数であるから　$x+2=1$，$y-1=3$

これを解いて　　$x=-1$，$y=4$

(3)　$x+yi=-\sqrt{5}\,i$

x，y は実数であるから　$x=0$，$y=-\sqrt{5}$

(4)　$(x+1)+(y-2)i=-3$

$x+1$，$y-2$ は実数であるから　$x+1=-3$，$y-2=0$

これを解いて　　$x=-4$，$y=2$

8 (1)　$(4+4i)+(3-2i)=(4+3)+(4-2)i=7+2i$

(2)　$(6+5i)-(2+i)=(6-2)+(5-1)i=4+4i$

(3)　$(2-4i)(5+3i)=10+6i-20i-12i^2$

$=10+6i-20i+12=22-14i$

(4) $\dfrac{4-3i}{2+3i}=\dfrac{(4-3i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)}=\dfrac{8-12i-6i+9i^2}{4-9i^2}$

$=\dfrac{8-18i-9}{4+9}=\dfrac{-1-18i}{13}=-\dfrac{1}{13}-\dfrac{18}{13}i$

(1) $i+5i=(1+5)i=6i$

(2) $(2+3i)+(5+8i)=(2+5)+(3+8)i=7+11i$

(3) $(1+2i)+(7-6i)=(1+7)+(2-6)i=8-4i$

(4) $(1-i)-(2+3i)=1-i-2-3i=(1-2)+(-1-3)i=-1-4i$

(5) $(8+3i)-(4+6i)=8+3i-4-6i=(8-4)+(3-6)i=4-3i$

(6) $(2+i)-(4-3i)=2+i-4+3i=(2-4)+(1+3)i=-2+4i$

(7) $4i(1-3i)=4i-12i^2=4i-12\cdot(-1)=12+4i$

(8) $(3+i)(1+i)=3+3i+i+i^2=3+3i+i+(-1)=2+4i$

(9) $(1+3i)(2+4i)=2+4i+6i+12i^2=2+4i+6i+12\cdot(-1)=-10+10i$

(10) $(2+5i)(3-2i)=6-4i+15i-10i^2=6-4i+15i-10\cdot(-1)=16+11i$

(11) $(2+3i)(2-3i)=4-9i^2=4-9\cdot(-1)=13$

(12) $(1+2i)^2=1+4i+4i^2=1+4i+4\cdot(-1)=-3+4i$

(1) $\dfrac{2+3i}{1+3i}=\dfrac{(2+3i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\dfrac{2-6i+3i-9i^2}{1-9i^2}=\dfrac{2-3i+9}{1+9}=\dfrac{11-3i}{10}=\dfrac{11}{10}-\dfrac{3}{10}i$

(2) $\dfrac{2+5i}{1-4i}=\dfrac{(2+5i)(1+4i)}{(1-4i)(1+4i)}=\dfrac{2+8i+5i+20i^2}{1-16i^2}$

$=\dfrac{2+13i-20}{1+16}=\dfrac{-18+13i}{17}=-\dfrac{18}{17}+\dfrac{13}{17}i$

$\boxed{9}$ (1) $4+3i$ と共役な複素数は　$4-3i$

これらの積は　$(4+3i)(4-3i)=4^2-3^2i^2=16+9=25$

(2) $3-i$ と共役な複素数は　$3+i$

これらの積は　$(3-i)(3+i)=3^2-i^2=9+1=10$

(3) $4i$ と共役な複素数は　$-4i$

これらの積は　$4i\cdot(-4i)=-4^2i^2=16$

(4) 2 と共役な複素数は　2

これらの積は　$2\cdot2=4$

$\boxed{10}$ (1) $\dfrac{2}{i}=\dfrac{2i}{i^2}=\dfrac{2i}{-1}=-2i$

(2) $\dfrac{1}{-4i}=\dfrac{i}{-4i^2}=\dfrac{i}{4}$

(3) $\dfrac{5}{1+2i}=\dfrac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{5(1-2i)}{1^2-(2i)^2}=\dfrac{5(1-2i)}{1+4}=\dfrac{5(1-2i)}{5}=1-2i$

(4) $\dfrac{8}{2-3i}=\dfrac{8(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\dfrac{16+24i}{2^2-(3i)^2}=\dfrac{16+24i}{4+9}=\dfrac{16}{13}+\dfrac{24}{13}i$

(5) $\dfrac{2+3i}{1+3i}=\dfrac{(2+3i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\dfrac{2-6i+3i-9i^2}{1^2-(3i)^2}=\dfrac{2-3i+9}{1+9}=\dfrac{11}{10}-\dfrac{3}{10}i$

(6) $\dfrac{3-2i}{3+2i}=\dfrac{(3-2i)^2}{(3+2i)(3-2i)}=\dfrac{9-12i+4i^2}{3^2-(2i)^2}=\dfrac{9-12i-4}{9+4}=\dfrac{5}{13}-\dfrac{12}{13}i$

$\boxed{11}$ (1) $\sqrt{-11}=\sqrt{11}\,i$

(2) $-\sqrt{-32}=-\sqrt{32}\,i=-4\sqrt{2}\,i$

(3) -1 の平方根は　$\pm\sqrt{-1}=\pm i$

(4) -18 の平方根は　$\pm\sqrt{-18}=\pm\sqrt{18}\,i=\pm3\sqrt{2}\,i$

(1) $\sqrt{-7}=\sqrt{7}\,i$

(2) $\sqrt{-9}=\sqrt{9}\,i=3i$

(3) $-\sqrt{-25}=-\sqrt{25}\,i=-5i$

(4) -16 の平方根は　$\pm\sqrt{-16}=\pm\sqrt{16}\,i=\pm4i$

(5) -45 の平方根は　$\pm\sqrt{-45}=\pm\sqrt{45}\,i=\pm3\sqrt{5}\,i$

$\boxed{12}$ (1) 左辺を変形すると　$3x+xi+y-2yi=1+5i$

$(3x+y)+(x-2y)i=1+5i$

$3x+y$，$x-2y$ は実数であるから　$3x+y=1$，　$x-2y=5$

これを解いて　$x=1$，$y=-2$

(2) 左辺を変形すると　$x-3xi+3y-2yi=9-2i$

$(x+3y)+(-3x-2y)i=9-2i$

$x+3y$，$-3x-2y$ は実数であるから　$x+3y=9$，　$-3x-2y=-2$

これを解いて　$x=-\dfrac{12}{7}$，$y=\dfrac{25}{7}$

$\boxed{13}$ (1) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\dfrac{1\pm\sqrt{-3}}{2}=\dfrac{1\pm\sqrt{3}\,i}{2}$

(2) $x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot9}}{2\cdot1}=\dfrac{6}{2}=3$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot1\cdot8}}{2\cdot1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot24}}{2\cdot1}=\dfrac{8\pm\sqrt{-32}}{2}$

$=\dfrac{8\pm\sqrt{32}\,i}{2}=\dfrac{8\pm4\sqrt{2}\,i}{2}=4\pm2\sqrt{2}\,i$

(5) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\dfrac{4\pm\sqrt{-8}}{4}$

$=\dfrac{4\pm2\sqrt{2}\,i}{4}=\dfrac{2\pm\sqrt{2}\,i}{2}$

(6) $x=\dfrac{-(-\sqrt{5})\pm\sqrt{(-\sqrt{5})^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\dfrac{\sqrt{5}\pm\sqrt{-7}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{5}\pm\sqrt{7}\,i}{2}$

(1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x^2-3x+2=0$ から　$(x-1)(x-2)=0$

よって　$x=1$，2

(3) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}=\dfrac{4\pm\sqrt{-4}}{2}=\dfrac{4\pm2i}{2}=2\pm i$

(4) $x=\dfrac{-\sqrt{3}\pm\sqrt{(\sqrt{3})^2-4\cdot1\cdot2}}{2\cdot1}=\dfrac{-\sqrt{3}\pm\sqrt{-5}}{2}=\dfrac{-\sqrt{3}\pm\sqrt{5}\,i}{2}$

(5) $x^2+8x+16=0$ から　$(x+4)^2=0$

よって　$x=-4$

(6) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3}=\dfrac{1\pm\sqrt{-11}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{11}\,i}{6}$

(7) $x=\dfrac{-\sqrt{2}\pm\sqrt{(\sqrt{2})^2-4\cdot1\cdot(-4)}}{2\cdot1}=\dfrac{-\sqrt{2}\pm\sqrt{18}}{2}=\dfrac{-\sqrt{2}\pm3\sqrt{2}}{2}=-2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$

(8) $x^2-x+\dfrac{1}{4}=0$ から　$\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2=0$

よって　$x=\dfrac{1}{2}$

(9) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot3\cdot6}}{2\cdot3}=\dfrac{-5\pm\sqrt{-47}}{6}=\dfrac{-5\pm\sqrt{47}\,i}{6}$

(10) $2x^2-7x-15=0$ から　$(x-5)(2x+3)=0$

よって　$x=5$，$-\dfrac{3}{2}$

(10)

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -5 & \longrightarrow & -10 \\ 2 & & 3 & \longrightarrow & 3 \\ \hline 2 & & -15 & & -7 \end{array}$$

(11) 両辺に -1 を掛けると　$3x^2-2x-2=0$

よって　$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot3\cdot(-2)}}{2\cdot3}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{28}}{6}=\dfrac{2\pm2\sqrt{7}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

(12) $x=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4\cdot2\cdot7}}{2\cdot2}=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{-8}}{4}=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm\sqrt{8}\,i}{4}$

$=\dfrac{-4\sqrt{3}\pm2\sqrt{2}\,i}{4}=\dfrac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{2}\,i}{2}$

$\boxed{14}$ 2 次方程式の判別式を D とする。

(1) $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot3=-3<0$

よって，$x^2-3x+3=0$ の解は異なる 2 つの虚数解である。

(2) $D=3^2-4\cdot1\cdot1=5>0$

よって，$x^2+3x+1=0$ の解は異なる 2 つの実数解である。

(3) $D=(-6)^2-4\cdot9\cdot1=0$

よって，$9x^2-6x+1=0$ の解は重解である。

(4) $D=7^2-4\cdot6\cdot3=-23<0$

よって，$6x^2+7x+3=0$ の解は異なる 2 つの虚数解である。

(5) $D=(-2)^2-4\cdot3\cdot(-3)=40>0$

よって，$3x^2-2x-3=0$ の解は異なる 2 つの実数解である。

(6) $D=(-\sqrt{7})^2-4\cdot4\cdot2=-25<0$

よって，$4x^2-\sqrt{7}\,x+2=0$ の解は異なる 2 つの虚数解である。

$\boxed{15}$ (1) 2 次方程式 $x^2+2x+2a-1=0$ の判別式は

$D=2^2-4\cdot1\cdot(2a-1)=8-8a=8(1-a)$

2 次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　$8(1-a)=0$

これを解いて　$a=1$

また，このとき重解は　$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{D}}{2\cdot1}=\dfrac{-2\pm0}{2}=-1$

(2) 2 次方程式 $x^2-ax+2a-3=0$ の判別式は

$D=(-a)^2-4\cdot1\cdot(2a-3)=a^2-8a+12=(a-2)(a-6)$

2 次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　$(a-2)(a-6)=0$

これを解いて　$a=2$，6

$a=2$ のとき，重解は　$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{D}}{2\cdot1}=\dfrac{2\pm0}{2}=1$

$a=6$ のとき，重解は　$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{D}}{2\cdot1}=\dfrac{6\pm0}{2}=3$

$x^2+2ax+a+2=0$

この 2 次方程式の判別式を D とすると

$D=(2a)^2-4\cdot1\cdot(a+2)=4(a^2-a-2)=4(a+1)(a-2)$

2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつための条件は，$D<0$ が成り立つことであるから

$(a+1)(a-2)<0$

これを解いて　$-1<a<2$

$\boxed{16}$ (1) 2 次方程式 $x^2+5x+3=0$ の 2 つの解を α, β とすると

$$\alpha+\beta=-\frac{5}{1}=-5,\ \alpha\beta=\frac{3}{1}=3$$

(2) 2 次方程式 $2x^2-6x+1=0$ の 2 つの解を α, β とすると

$$\alpha+\beta=-\frac{-6}{2}=3,\ \alpha\beta=\frac{1}{2}$$

(3) 2 次方程式 $3x^2-4x-3=0$ の 2 つの解を α, β とすると

$$\alpha+\beta=-\frac{-4}{3}=\frac{4}{3},\ \alpha\beta=\frac{-3}{3}=-1$$

(4) 2 次方程式 $4x^2+6x-5=0$ の 2 つの解を α, β とすると

$$\alpha+\beta=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{-5}{4}=-\frac{5}{4}$$