

1

12点分

$P(x)=x^3-x^2-4$ のとき，次の値を求めよ。
(1) $P(1)$
(2) $P(-1)$
(3) $P(2)$
(4) $P(-2)$

2

次の整式 $P(x)$ を，[] の中の 1 次式で割った余りを求めよ。12点分

(1) $P(x)=2x^2-3x+2$ [$x-1$]

(2) $P(x)=x^3-3x^2-x+3$ [$x+1$]

(3) $P(x)=x^3-19x+30$ [$x+2$]

(4) $P(x)=-x^3+x^2-36$ [$x+3$]

3

(1) 次の式が整式 $P(x)=x^3+4x^2+x-6$ の因数であるかどうかを調べよ。6点分

(ア) $x+1$

(イ) $x+2$

2

次の式が整式 $P(x)=x^3-5x^2+7x-3$ の因数であるかどうかを調べよ。

(ア) $x-1$

(イ) $x+3$

4

次の整式 A を整式 B で割り，商と余りを求めよ。12点分

(1) $A=3x^2-5x+2$ ， $B=x-2$

(2) $A=2x^2+7x-4$ ， $B=2x+1$

(3) $A=4x^2+6x-5$ ， $B=x^2+x-1$

(4) $A=2x^3-3x^2-5x-12$ ， $B=x-3$

5

次の式を因数分解せよ。16点分

(1) x^3+5x^2+2x-8
($x-1$) を因数に持つ

(2) x^3-7x-6
($x+1$) を因数に持つ

(3) $x^3-x^2-16x-20$

(4) x^3-4x^2+4x-3
($x-3$) を因数に持つ

(5) $A=3x^3-2x^2-4x+4$ ， $B=x^2+1$

(6) $A=3x^2+x^4+1-4x$ ， $B=x^2+1-x$

(5) $2x^3+7x^2-14x+5$

(6) $3x^3-8x^2-15x-4$

6 次の 3 次方程式を解け。 (1) $(x-1)(x-2)(x-5)=0$ (2) $(x+1)(x^2-2x-2)=0$	6点分 (3) $x^3+3x^2-8x-4=0$ (4) $x^4+2x^2-15=0$	次の方程式を解け。 (1) $x^3+8=0$ (2) $x^4-7x^2+6=0$
7 次の 4 次方程式を解け。 (1) $x^4-4=0$ (2) $x^4-9=0$ (3) $x^4-6x^2+5=0$ (4) $x^4+7x^2-18=0$	8点分 (5) $x^4-81=0$ (6) $x^3-125=0$ (7) $3x^3+2x^2-7x+2=0$ (8) $x^3+2x+3=0$	
8 次の 3 次方程式を解け。 (1) $x^3+4x^2-3x-18=0$ (2) $x^3+6x+20=0$ (1) $x^3+64=0$ (2) $x^3-x^2-8x+12=0$	23点分 (9) $27x^3-1=0$ (10) $2x^3-5x^2-4x+3=0$	

表題

1 (1) $P(1)=1^3-1^2-4=-4$
 (2) $P(-1)=(-1)^3-(-1)^2-4=-6$
 (3) $P(2)=2^3-2^2-4=0$
 (4) $P(-2)=(-2)^3-(-2)^2-4=-16$
 $P(x)=x^3-3x+2$ について
 (1) $P(1)=1^3-3\cdot 1+2=0$
 (2) $P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)+2=4$
 (3) $P(2)=2^3-3\cdot 2+2=4$
 (4) $P(-2)=(-2)^3-3\cdot(-2)+2=0$
 (5) $P(3)=3^3-3\cdot 3+2=20$
 (6) $P(-3)=(-3)^3-3\cdot(-3)+2=-16$
 (1) $P(1)=1^3-3\cdot 1^2-4=-6$
 (2) $P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2-4=-8$
 (3) $P(0)=0^3-3\cdot 0^2-4=-4$
 (4) $P(2)=2^3-3\cdot 2^2-4=-8$

2 (1) $x-1$ で割った余りは $P(1)=2\cdot 1^2-3\cdot 1+2=1$
 (2) $x+1$ で割った余りは $P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2-(-1)+3=0$
 (3) $x+2$ で割った余りは $P(-2)=(-2)^3-19\cdot(-2)+30=60$
 (4) $x+3$ で割った余りは $P(-3)=-(-3)^3+(-3)^2-36=0$
 (1) $P(x)=3x^2-7x+2$ を $x-1$ で割った余りは
 $P(1)=3\cdot 1^2-7\cdot 1+2=-2$
 (2) $P(x)=3x^2-7x+2$ を $x-2$ で割った余りは
 $P(2)=3\cdot 2^2-7\cdot 2+2=0$
 (3) $P(x)=3x^2-7x+2$ を $x+1$ で割った余りは
 $P(-1)=3\cdot(-1)^2-7\cdot(-1)+2=12$
 (4) $P(x)=3x^2-7x+2$ を $x+3$ で割った余りは
 $P(-3)=3\cdot(-3)^2-7\cdot(-3)+2=50$

3 (1) (ア) $P(-1)=(-1)^3+4\cdot(-1)^2+(-1)-6=-4\neq 0$
 よって, $x+1$ は $P(x)$ の因数ではない。
 (イ) $P(-2)=(-2)^3+4\cdot(-2)^2+(-2)-6=0$
 よって, $x+2$ は $P(x)$ の因数である。
 (2) (ア) $P(1)=1^3-5\cdot 1^2+7\cdot 1-3=0$
 よって, $x-1$ は $P(x)$ の因数である。
 (イ) $P(-3)=(-3)^3-5\cdot(-3)^2+7\cdot(-3)-3=-96\neq 0$
 よって, $x+3$ は $P(x)$ の因数ではない。

4 (1) 右の計算から 商は $3x+1$, 余りは 4

$$\begin{array}{r} 3x+1 \\ x-2 \overline{) 3x^2-5x+2} \\ \underline{3x^2-6x} \\ x+2 \\ \underline{x-2} \\ 4 \end{array}$$

(2) 右の計算から 商は $x+3$, 余りは -7

$$\begin{array}{r} x+3 \\ 2x+1 \overline{) 2x^2+7x-4} \\ \underline{2x^2+x} \\ 6x-4 \\ \underline{6x+3} \\ -7 \end{array}$$

(3) 右の計算から
商は 4,
余りは $2x-1$

$$\begin{array}{r} 4 \\ x^2+x-1 \overline{) 4x^2+6x-5} \\ \underline{4x^2+4x-4} \\ 2x-1 \end{array}$$

(4) 右の計算から 商は $2x^2+3x+4$, 余りは 0

$$\begin{array}{r} 2x^2+3x+4 \\ x-3 \overline{) 2x^3-3x^2-5x-12} \\ \underline{2x^3-6x^2} \\ 3x^2-5x \\ \underline{3x^2-9x} \\ 4x-12 \\ \underline{4x-12} \\ 0 \end{array}$$

(5) 右の計算から 商は $3x-2$, 余りは $-7x+6$

$$\begin{array}{r} 3x-2 \\ x^2+1 \overline{) 3x^3-2x^2-4x+4} \\ \underline{3x^3 + 3x} \\ -2x^2-7x+4 \\ \underline{-2x^2 -2} \\ -7x+6 \end{array}$$

(6) 整式 A, B を整理すると
 $A = x^4 + 3x^2 - 4x + 1$
 $B = x^2 - x + 1$
右の計算から 商は $x^2 + x + 3$, 余りは $-2x - 2$

$$\begin{array}{r} x^2+x+3 \\ x^2-x+1 \overline{) x^4 } \\ \underline{x^4-x^3+x^2} \\ x^3+2x^2-4x \\ \underline{x^3-x^2+x} \\ 3x^2-5x+1 \\ \underline{3x^2-3x+3} \\ -2x-2 \end{array}$$

5) ① $P(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$ とすると
 $P(1) = 1^3 + 5 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 8 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x-1)(x^2 + 6x + 8)$$

$$= (x-1)(x+2)(x+4)$$

② $P(x) = x^3 - 7x - 6$ とすると
 $P(-1) = (-1)^3 - 7 \cdot (-1) - 6 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x+1)(x^2 - x - 6)$$

$$= (x+1)(x+2)(x-3)$$

③ $P(x) = x^3 - x^2 - 16x - 20$ とすると
 $P(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - 16 \cdot (-2) - 20 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x+2$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x+2)(x^2 - 3x - 10)$$

$$= (x+2)(x+2)(x-5)$$

$$= (x+2)^2(x-5)$$

④ $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ とすると
 $P(3) = 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 - 3 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x-3$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x-3)(x^2 - x + 1)$$

⑤ $P(x) = 2x^3 + 7x^2 - 14x + 5$ とすると
 $P(1) = 2 \cdot 1^3 + 7 \cdot 1^2 - 14 \cdot 1 + 5 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x-1)(2x^2 + 9x - 5)$$

$$= (x-1)(x+5)(2x-1)$$

⑥ $P(x) = 3x^3 - 8x^2 - 15x - 4$ とすると
 $P(-1) = 3 \cdot (-1)^3 - 8 \cdot (-1)^2 - 15 \cdot (-1) - 4 = 0$
よって、 $P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。
右の割り算から

$$P(x) = (x+1)(3x^2 - 11x - 4)$$

$$= (x+1)(x-4)(3x+1)$$

6 (1) $P(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ とすると $P(1) = 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 17 \cdot 1 - 10 = 0$ よって、$P(x)$ は $x - 1$ を因数にもち $P(x) = (x - 1)(x^2 - 7x + 10) = (x - 1)(x - 2)(x - 5)$ $P(x) = 0$ から $x = 1, 2, 5$ (2) $P(x) = x^3 - x^2 - 4x - 2$ とすると $P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 2 = 0$ よって、$P(x)$ は $x + 1$ を因数にもち $P(x) = (x + 1)(x^2 - 2x - 2)$ $P(x) = 0$ から $x + 1 = 0$ または $x^2 - 2x - 2 = 0$ したがって $x = -1, 1 \pm \sqrt{3}$ 7 (1) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 2)(x^2 + 2) = 0$ よって $x^2 - 2 = 0$ または $x^2 + 2 = 0$ したがって $x = \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{2}i$ (2) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 3)(x^2 + 3) = 0$ よって $x^2 - 3 = 0$ または $x^2 + 3 = 0$ したがって $x = \pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{3}i$ (3) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 1)(x^2 - 5) = 0$ さらに左辺を因数分解すると $(x + 1)(x - 1)(x^2 - 5) = 0$ よって $x + 1 = 0$ または $x - 1 = 0$ または $x^2 - 5 = 0$ したがって $x = \pm 1, \pm\sqrt{5}$ (4) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 2)(x^2 + 9) = 0$ よって $x^2 - 2 = 0$ または $x^2 + 9 = 0$ したがって $x = \pm\sqrt{2}, \pm 3i$ 8 (1) $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$ とすると $P(2) = 2^3 + 4 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 18 = 0$ よって、$P(x)$ は $x - 2$ を因数にもち $P(x) = (x - 2)(x^2 + 6x + 9) = (x - 2)(x + 3)^2$ $P(x) = 0$ から $x = 2, -3$ (2) $P(x) = x^3 + 6x + 20$ とすると $P(-2) = (-2)^3 + 6 \cdot (-2) + 20 = 0$ よって、$P(x)$ は $x + 2$ を因数にもち $P(x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 10)$ $P(x) = 0$ から $x + 2 = 0$ または $x^2 - 2x + 10 = 0$ したがって $x = -2, 1 \pm 3i$ (1) 左辺を因数分解すると $(x + 4)(x^2 - 4x + 16) = 0$ よって $x + 4 = 0$ または $x^2 - 4x + 16 = 0$ したがって $x = -4, 2 \pm 2\sqrt{3}i$ (2) $P(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$ とすると $P(2) = 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 0$ よって、$P(x)$ は $x - 2$ を因数にもち $P(x) = (x - 2)(x^2 + x - 6) = (x - 2)^2(x + 3)$ $P(x) = 0$ から $x - 2 = 0$ または $x + 3 = 0$ したがって $x = 2, -3$ (3) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 8x - 4$ とすると $P(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 4 = 0$ よって、$P(x)$ は $x - 2$ を因数にもち $P(x) = (x - 2)(x^2 + 5x + 2)$ $P(x) = 0$ から $x - 2 = 0$ または $x^2 + 5x + 2 = 0$ したがって $x = 2, \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$ (4) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 3)(x^2 + 5) = 0$ よって $x^2 - 3 = 0$ または $x^2 + 5 = 0$ したがって $x = \pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{5}i$ (5) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$ $(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9) = 0$ よって $x + 3 = 0$ または $x - 3 = 0$ または $x^2 + 9 = 0$	したがって $x = \pm 3, \pm 3i$ (6) 左辺を因数分解すると $(x - 5)(x^2 + 5x + 25) = 0$ よって $x - 5 = 0$ または $x^2 + 5x + 25 = 0$ したがって $x = 5, \frac{-5 \pm 5\sqrt{3}i}{2}$ (7) $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x + 2$ とすると $P(1) = 3 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 2 = 0$ よって、$P(x)$ は $x - 1$ を因数にもち $P(x) = (x - 1)(3x^2 + 5x - 2)$ $= (x - 1)(x + 2)(3x - 1)$ $P(x) = 0$ から $x - 1 = 0$ または $x + 2 = 0$ または $3x - 1 = 0$ したがって $x = 1, -2, \frac{1}{3}$ (8) $P(x) = x^3 + 2x + 3$ とすると $P(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot (-1) + 3 = 0$ よって、$P(x)$ は $x + 1$ を因数にもち $P(x) = (x + 1)(x^2 - x + 3)$ $P(x) = 0$ から $x + 1 = 0$ または $x^2 - x + 3 = 0$ したがって $x = -1, \frac{1 \pm \sqrt{11}i}{2}$ (9) 左辺を因数分解すると $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1) = 0$ よって $3x - 1 = 0$ または $9x^2 + 3x + 1 = 0$ したがって $x = \frac{1}{3}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{6}$ (10) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ とすると $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 0$ よって、$P(x)$ は $x + 1$ を因数にもち $P(x) = (x + 1)(2x^2 - 7x + 3)$ $= (x + 1)(x - 3)(2x - 1)$ $P(x) = 0$ から $x + 1 = 0$ または $x - 3 = 0$ または $2x - 1 = 0$ したがって $x = -1, 3, \frac{1}{2}$ (1) 左辺を因数分解すると $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 0$ よって $x + 2 = 0$ または $x^2 - 2x + 4 = 0$ したがって $x = -2, 1 \pm \sqrt{3}i$ (2) 左辺を因数分解すると $(x^2 - 1)(x^2 - 6) = 0$ よって $x^2 - 1 = 0$ または $x^2 - 6 = 0$ したがって $x = \pm 1, \pm\sqrt{6}$	
--	--	--