

1

2

(1) 余弦定理から $a^2=b^2+c^2-2bccosA$
 $= (3\sqrt{3})^2+6^2-2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 6cos30^\circ$
 $= 27+36-36\sqrt{3}\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=9$

$a>0$ であるから $a=\sqrt{9}=3$

(2) 余弦定理から $b^2=c^2+a^2-2cacosB$
 $= 5^2+5^2-2\cdot 5\cdot 5cos120^\circ$
 $= 25+25-50\cdot \left(-\frac{1}{2}\right)=75$

$b>0$ であるから $b=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

(3) 余弦定理から $c^2=a^2+b^2-2abcosC$
 $= 2^2+1^2-2\cdot 2\cdot 1cos60^\circ$
 $= 4+1-4\cdot \frac{1}{2}=3$

$c>0$ であるから $c=\sqrt{3}$

(4) 余弦定理から $a^2=b^2+c^2-2bccosA$
 $= (\sqrt{2})^2+(1+\sqrt{3})^2-2\cdot \sqrt{2}(1+\sqrt{3})cos45^\circ$
 $= 2+4+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})\cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $= 2+4+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}=4$

$a>0$ であるから $a=\sqrt{4}=2$

3 (1) 余弦定理により $cosB=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(\sqrt{2})^2+1^2-(\sqrt{5})^2}{2\cdot \sqrt{2}\cdot 1}$
 $=\frac{-2}{2\cdot \sqrt{2}\cdot 1}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

したがって $B=135^\circ$

(2) 余弦定理により $cosC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{15^2+7^2-13^2}{2\cdot 15\cdot 7}$
 $=\frac{105}{2\cdot 5\cdot 17}=\frac{1}{2}$

したがって $C=60^\circ$

(3) 余弦定理により $cosB=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{2^2+(\sqrt{3})^2-(\sqrt{13})^2}{2\cdot 2\cdot \sqrt{3}}$
 $=\frac{-6}{2\cdot 2\cdot \sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

したがって $B=150^\circ$

(4) 余弦定理により $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(\sqrt{6})^2+(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{6})^2}{2\cdot \sqrt{6}\cdot 3\sqrt{2}}$
 $=\frac{0}{2\cdot \sqrt{6}\cdot 3\sqrt{2}}=0$

したがって $A=90^\circ$

4 余弦定理から $c^2=a^2+b^2-2abcosC$

よって $7^2=8^2+b^2-2\cdot 8\cdot bcos60^\circ$

$49=64+b^2-16b\cdot \frac{1}{2}$

したがって $b^2-8b+15=0$

これを解くと、 $(b-3)(b-5)=0$ から $b=3, 5$

5 (1) 余弦定理により $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}{2\cdot \sqrt{2}\cdot \sqrt{6}}$

$=\frac{0}{2\cdot \sqrt{2}\cdot \sqrt{6}}=0$

したがって $A=90^\circ$

$cosB=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}{2\cdot \sqrt{6}\cdot 2\sqrt{2}}=\frac{12}{2\cdot \sqrt{6}\cdot 2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

したがって $B=30^\circ$

よって $C=180^\circ-(A+B)=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

(2) 余弦定理により $a^2=b^2+c^2-2bccosA=(4\sqrt{3})^2+4^2-2\cdot 4\sqrt{3}\cdot 4cos30^\circ$
 $= 48+16-32\sqrt{3}\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=16$

$a>0$ であるから $a=\sqrt{16}=4$

よって、△ABC は $c=a$ の二等辺三角形であるから $C=A=30^\circ$

したがって $B=180^\circ-(A+C)=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

(3) $A=180^\circ-(B+C)=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

正弦定理により $\frac{b}{sin45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{sin30^\circ}$

よって $b=\frac{\sqrt{2}sin45^\circ}{sin30^\circ}=\sqrt{2}\times \frac{1}{\sqrt{2}}\times \frac{2}{1}=2$

余弦定理により $b^2=c^2+a^2-2cacosB$
 $2^2=c^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot c\cdot \sqrt{2}cos45^\circ$
 $4=c^2+2-2\sqrt{2}c\cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

整理すると $c^2-2c-2=0$

これを解くと $c=1\pm \sqrt{3}$

$c>0$ であるから $c=1+\sqrt{3}$