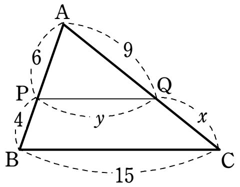
1

2 (1) $PQ /\!/ BC$ であるから　　$AP:PB=AQ:QC$

すなわち　$6:4=9:x$

$6x=36$

よって　　$x=6$



$PQ /\!/ BC$ であるから　　$AP:AB=PQ:BC$

すなわち　　$6:(6+4)=y:15$

$6:10=y:15$

$10y=90$

よって　　$y=9$

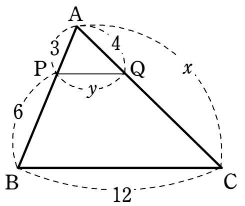
(2) $PQ /\!/ BC$ であるから　　$AP:AB=AQ:AC$

すなわち　　$3:(3+6)=4:x$

$3:9=4:x$

$3x=36$

よって　　$x=12$



$PQ /\!/ BC$ であるから　　$AP:AB=PQ:BC$

すなわち　　$3:(3+6)=y:12$

$3:9=y:12$

$9y=36$

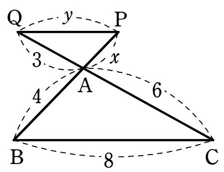
よって　　$y=4$

(3) $PQ /\!/ BC$ であるから　　$AP:AB=AQ:AC$

すなわち　　$x:4=3:6$

$6x=12$

よって　　$x=2$



$PQ /\!/ BC$ であるから　　$AQ:AC=PQ:BC$

すなわち　　$3:6=y:8$

$6y=24$

よって　　$y=4$

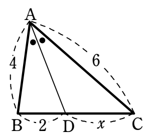
3 (1) AD は $\angle A$ の二等分線であるから

$BD:DC=AB:AC=2:3$

すなわち　　$2:x=2:3$

$2x=6$

よって　　$x=3$



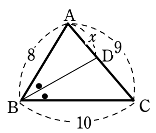
(2) BD は $\angle B$ の二等分線であるから

$AD:DC=BA:BC=4:5$

すなわち　　$x:(9-x)=4:5$

$5x=4(9-x)$

これを解くと　　$x=4$



(3) CD は $\angle C$ の二等分線で

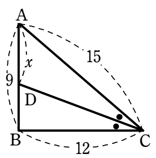
あるから

$AD:DB=CA:CB=5:4$

すなわち　　$x:(9-x)=5:4$

$4x=5(9-x)$

これを解くと　　$x=5$



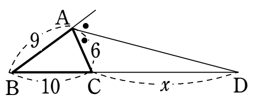
4 (1) AD は $\angle A$ の外角の二等分線であるから

$BD:DC=AB:AC=3:2$

すなわち　　$(10+x):x=3:2$

$2(10+x)=3x$

これを解くと　　$x=20$



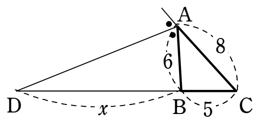
(2) AD は $\angle A$ の外角の二等分線であるから

$BD:DC=AB:AC=3:4$

すなわち　　$x:(x+5)=3:4$

$4x=3(x+5)$

これを解くと　　$x=15$



5 (1) 点 O は外心であるから　　$OA=OB=OC$

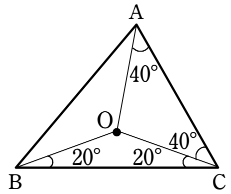
よって，$\triangle OCA$，$\triangle OBC$ は二等辺三角形であるから

$\angle OCA=\angle OAC=40^\circ$

$\angle OCB=\angle OBC=20^\circ$

したがって

$x=\angle ACB=\angle OCA+\angle OCB=40^\circ+20^\circ=60^\circ$



(2) 点 O は外心であるから　　$OA=OB=OC$

よって，$\triangle OAB$，$\triangle OBC$，$\triangle OCA$ は二等辺三角形で

あるから

$\angle OBA=\angle OAB=20^\circ$

$\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$

$\angle OAC=\angle OCA=y$

$\triangle OBC$ において，内角の和は 180° であるから

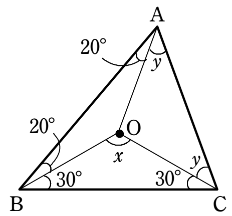
$x=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

$\triangle ABC$ において，内角の和は 180° であるから

$(y+20^\circ)+(20^\circ+30^\circ)+(y+30^\circ)=180^\circ$

整理すると　　$2y=80^\circ$

よって　　$y=40^\circ$



(3) 点 O は外心であるから　　$OA=OB=OC$

よって，$\triangle OAB$，$\triangle OBC$，$\triangle OCA$ は二等辺三角形で

あるから

$\angle OBA=\angle OAB=x$

$\angle OCB=\angle OBC=20^\circ$

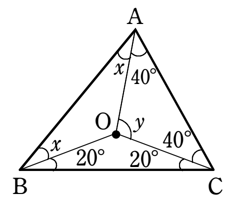
$\angle OAC=\angle OCA=40^\circ$

$\triangle ABC$ において，内角の和は 180° であるから

$(x+40^\circ)+(x+20^\circ)+(20^\circ+40^\circ)=180^\circ$

整理すると　　$2x=60^\circ$

よって　　$x=30^\circ$



また，$\triangle OCA$ において，内角の和は 180° であるから　　$y=180^\circ-2\times40^\circ=100^\circ$

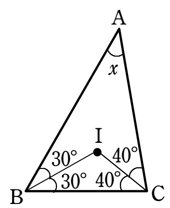
6 (1) BI は $\angle B$ の二等分線であるから　　$\angle B=2\times30^\circ=60^\circ$

CI は $\angle C$ の二等分線であるから　　$\angle C=2\times40^\circ=80^\circ$

$\triangle ABC$ において，内角の和は 180° であるから

$x=180^\circ-(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$



(2) AI は $\angle A$ の二等分線，BI は $\angle B$ の二等分線，

CI は $\angle C$ の二等分線であるから

$\angle IAC=\angle IAB=x$

$\angle IBA=\angle IBC=25^\circ$

$\angle ICA=\angle ICB=47^\circ$

$\triangle ABC$ において，内角の和は 180° であるから

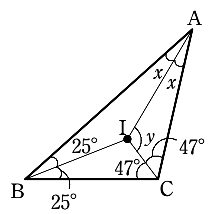
$2x+2\times25^\circ+2\times47^\circ=180^\circ$

整理すると　　$2x=36^\circ$

よって　　$x=18^\circ$

また，$\triangle IAC$ において，内角の和は 180° であるから

$y=180^\circ-(x+47^\circ)=180^\circ-(18^\circ+47^\circ)=115^\circ$



(3) $\triangle IBC$ において，内角の和は 180° であるから

$x=180^\circ-(\angle IBC+\angle ICB)$　……①

$\triangle ABC$ において，内角の和は 180° であるから

$80^\circ+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$

したがって　　$\angle ABC+\angle ACB=100^\circ$　……②

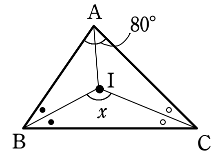
また，I は $\triangle ABC$ の内心であるから

$\angle ABC=2\angle IBC$，$\angle ACB=2\angle ICB$

よって，② から　　$2\angle IBC+2\angle ICB=100^\circ$

すなわち　　$\angle IBC+\angle ICB=50^\circ$

したがって，① から　　$x=180^\circ-50^\circ=130^\circ$



7 G は $\triangle ABC$ の重心であるから　　$AG:GD=2:1$

$EF /\!/ BC$ より　　$AE:EB=AG:GD=2:1$

すなわち　　$AE:4=2:1$

よって　　$AE=8$

$EF /\!/ BC$ より　　$AF:FC=AG:GD=2:1$

すなわち　　$6:FC=2:1$

よって　　$2FC=6$

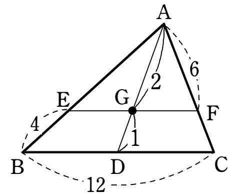
したがって　　$FC=3$

また，D は辺 BC の中点であるから　　$BD=DC=6$　……①

$EF /\!/ BC$ より　　$EG:BD=AG:AD=2:(2+1)=2:3$

① から　　$EG:6=2:3$

よって　　$3EG=12$　したがって　　$EG=4$



8 (1) $\triangle OAB:\triangle OBC=AF:FC=3:4$

(2) $\triangle OAC:\triangle OBC=AD:DB=2:1$

9 AE は $\angle A$ の外角の二等分線であるから

$BE:EC=AB:AC=2:1$

すなわち　　$(BC+6):6=2:1$

$BC+6=12$

これを解くと　　$BC=6$

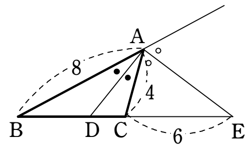
また，AD は $\angle A$ の二等分線であるから

$BD:DC=AB:AC=2:1$

すなわち　　$BD:(6-BD)=2:1$

$BD=2(6-BD)$

これを解くと　　$BD=4$



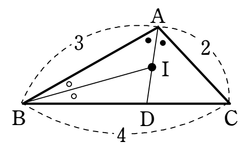
10 (1) 直線 AD は $\angle A$ の二等分線であるから

$BD:DC=AB:AC$

すなわち　　$BD:(4-BD)=3:2$

$2BD=3(4-BD)$

これを解くと　　$BD=\dfrac{12}{5}$



(2) 直線 BI は $\angle ABD$ の二等分線であるから

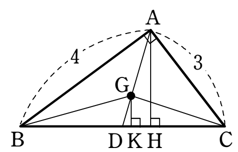
$AI:ID=BA:BD=3:\dfrac{12}{5}=15:12=5:4$

11 (1) G は $\triangle ABC$ の重心であるから，辺 BC の中点を D と

すると　　$GD:AD=1:(2+1)=1:3$

$GK /\!/ AH$ であるから

$GK:AH=GD:AD=1:3$



(2) $\triangle ABC$ の面積は　　$\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$　……①

辺 BC を底辺と考えると，(1) から　　$\triangle GBC:\triangle ABC=GK:AH=1:3$

① から　　$\triangle GBC:6=1:3$

よって　　$3\triangle GBC=6$

したがって　　$\triangle GBC=2$