解説

1

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

2 (1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$

$0°\leqq\theta\leqq 90°$ より $\cos\theta\geqq 0$ であるから　　$\cos\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

また　　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1}{3}\div\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{24}{25}$

$\sin\theta\geqq 0$ であるから　　$\sin\theta=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

また　　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2\sqrt{6}}{5}\div\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2\sqrt{6}}{5}\times(-5)=-2\sqrt{6}$

(3) $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ から　　$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$

よって　　$\cos^2\theta=\frac{4}{13}$

$\tan\theta>0$ より，$0°<\theta<90°$ であるから　　$\cos\theta>0$

したがって　　$\cos\theta=\sqrt{\frac{4}{13}}=\frac{2}{\sqrt{13}}$

また　　$\sin\theta=\cos\theta\times\tan\theta=\frac{2}{\sqrt{13}}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{\sqrt{13}}$

(4) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

$\sin\theta\geqq 0$ であるから　　$\sin\theta=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

また　　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{3}{5}\div\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{3}{4}$

(5) $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ から　　$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{13}{9}$

よって　　$\cos^2\theta=\frac{9}{13}$

$\tan\theta<0$ より，$90°<\theta<180°$ であるから　　$\cos\theta<0$

したがって　　$\cos\theta=-\sqrt{\frac{9}{13}}=-\frac{3}{\sqrt{13}}$

また　　$\sin\theta=\cos\theta\times\tan\theta=-\frac{3}{\sqrt{13}}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{\sqrt{13}}$

(6) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{1}{3}$

$90°<\theta<180°$ より，$\cos\theta<0$ であるから　　$\cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

また　　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2}{\sqrt{6}}\div\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{2}{\sqrt{6}}\times(-\sqrt{3})=-\frac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$

3 (1) $\sin 80°=\sin(90°-10°)=\cos 10°$

(2) $\cos 75°=\cos(90°-15°)=\sin 15°$

(3) $\tan 65°=\tan(90°-25°)=\frac{1}{\tan 25°}$

(4) $\sin 51°=\sin(90°-39°)=\cos 39°$

(5) $\cos 54°=\cos(90°-36°)=\sin 36°$

(6) $\tan 48°=\tan(90°-42°)=\frac{1}{\tan 42°}$

4 (1) $\sin 125°=\sin(180°-55°)=\sin 55°$

(2) $\cos 105°=\cos(180°-75°)=-\cos 75°$

(3) $\tan 100°=\tan(180°-80°)=-\tan 80°$

(4) $\sin 168°=\sin(180°-12°)=\sin 12°$

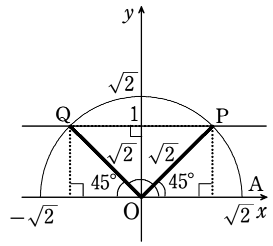
(5) $\cos 144°=\cos(180°-36°)=-\cos 36°$

(6) $\tan 157°=\tan(180°-23°)=-\tan 23°$

5 (1) 右の図の半径 $\sqrt{2}$ の半円上で y 座標が 1 である 2 点 P，Q をとる。

求める θ は　　∠AOP と ∠AOQ

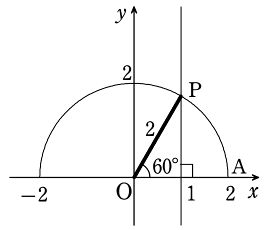
よって　　$\theta=45°$，$135°$



(2) 右の図の半径 2 の半円上で x 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

よって　　$\theta=60°$

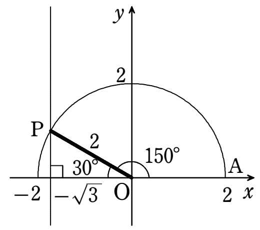


(3) $\sin\theta=1$ を満たす θ は　　$\theta=90°$

(4) 右の図の半径 2 の半円上で x 座標が $-\sqrt{3}$ である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

よって　　$\theta=150°$

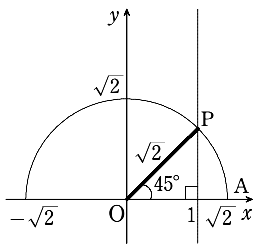


(5) $\sin\theta=0$ を満たす θ は　　$\theta=0°$，$180°$

(6) 右の図の半径 $\sqrt{2}$ の半円上で x 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

よって　　$\theta=45°$



(7) $\cos\theta=0$ を満たす θ は　　$\theta=90°$

(8) $\cos\theta=1$ を満たす θ は　　$\theta=0°$

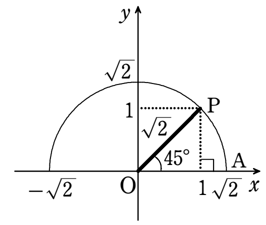
(9) $\cos\theta=-1$ を満たす θ は　　$\theta=180°$

6 (1) $1=\frac{1}{1}$ である。

右の図のように x 座標が 1，y 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

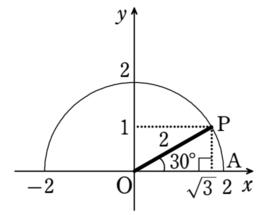
よって　　$\theta=45°$



(2) 右の図のように x 座標が $\sqrt{3}$，y 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

よって　　$\theta=30°$

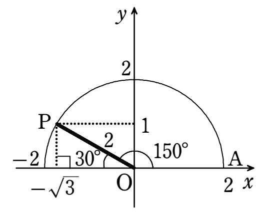


(3) $-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{-\sqrt{3}}$ である。

右の図のように x 座標が $-\sqrt{3}$，y 座標が 1 である点 P をとる。

求める θ は　　∠AOP

よって　　$\theta=150°$



(4) $\tan\theta=0$ を満たす θ は　　$\theta=0°$，$180°$

7

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0