解説

1 (1) 与式 $=6x^2-4x+8-3x^2-15x+3+x^2-4x+3$

$=(6-3+1)x^2+(-4-15-4)x+(8+3+3)$

$=4x^2-23x+14$

(2) 与式 $=(x^3-3x-2)-(-3x^2+4x+5)+2(-2x^2+3x+4)$

$=x^3-3x-2+3x^2-4x-5-4x^2+6x+8$

$=x^3+(3-4)x^2+(-3-4+6)x+(-2-5+8)$

$=x^3-x^2-x+1$

2 (1) 与式 $=5a-(3a-2a+3)=5a-(a+3)=5a-a-3$

$=(5-1)a-3=4a-3$

(2) 与式 $=3a-4-(5a-2+4a-6)=3a-4-(9a-8)$

$=3a-4-9a+8=(3-9)a+(-4+8)$

$=-6a+4$

(3) 与式 $=5x^2-\{4x^2+2(3x-2x^2-x+5)+3\}$

$=5x^2-\{4x^2+2(-2x^2+2x+5)+3\}$

$=5x^2-(4x^2-4x^2+4x+10+3)$

$=5x^2-(4x+13)=5x^2-4x-13$

3 (1) $P-\{3Q-(P+6R)\}=P-(3Q-P-6R)=P-3Q+P+6R=2P-3Q+6R$

$=2(2x^2+3x+1)-3(-2x^2+3x-4)+6(x^2+3x-6)$

$=4x^2+6x+2+6x^2-9x+12+6x^2+18x-36$

$=(4+6+6)x^2+(6-9+18)x+(2+12-36)$

$=16x^2+15x-22$

(2) $P+3R-2\{Q-3(Q-R)\}=P+3R-2(Q-3Q+3R)=P+3R-2(-2Q+3R)$

$=P+3R+4Q-6R=P+4Q-3R$

$=2x^2+3x+1+4(-2x^2+3x-4)-3(x^2+3x-6)$

$=2x^2+3x+1-8x^2+12x-16-3x^2-9x+18$

$=(2-8-3)x^2+(3+12-9)x+(1-16+18)$

$=-9x^2+6x+3$

4 (1) 求める式を A とすると　$(x^2+3x-4)+A=2x^2-3x+4$

よって　$A=2x^2-3x+4-(x^2+3x-4)=x^2-6x+8$

(2) 求める式を B とすると　$B-(-x^2-2x+3)=-x^2+6$

よって　$B=-x^2+6+(-x^2-2x+3)=-2x^2-2x+9$

5 (1) 与式 $=2x^2\cdot x^2+2x^2\cdot(-3x)+2x^2\cdot 1=2x^4-6x^3+2x^2$

(2) 与式 $=2x^2\cdot(-4x)-xy\cdot(-4x)+3y^2\cdot(-4x)=-8x^3+4x^2y-12xy^2$

(3) 与式 $=12b^2\cdot\dfrac{a^2}{3}+12b^2\cdot\dfrac{ab}{6}+12b^2\cdot\left(-\dfrac{b^2}{4}\right)=4a^2b^2+2ab^3-3b^4$

(4) 与式 $=2x^2\cdot(-2xy)-3xy\cdot(-2xy)-4y^2\cdot(-2xy)$

$=-4x^3y+6x^2y^2+8xy^3$

6 (1) 与式 $=(x+3a)x^2+(x+3a)\cdot(-2ax)+(x+3a)\cdot(-a)$

$=x^3+3ax^2-2ax^2-6a^2x-ax-3a^2$

$=x^3+(3a-2a)x^2+(-6a^2-a)x-3a^2$

$=x^3+ax^2-(6a^2+a)x-3a^2$

(2) 与式 $=(ax^2+bx+c)x+(ax^2+bx+c)\cdot(-d)$

$=ax^3+bx^2+cx-adx^2-bdx-cd$

$=ax^3+(b-ad)x^2+(c-bd)x-cd$

7 (1) 与式 $=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3+3^2=4x^2+12x+9$

(2) 与式 $=2^2-2\cdot 2\cdot a+a^2=a^2-4a+4$

(3) 与式 $=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$

(4) 与式 $=(-2a)^2+2\cdot(-2a)\cdot 5b+(5b)^2=4a^2-20ab+25b^2$

(5) 与式 $=x^2-5^2=x^2-25$

(6) 与式 $=(x^2)^2+2\cdot x^2\cdot x+x^2=x^4+2x^3+x^2$

(7) 与式 $=(2a)^2-(5b)^2=4a^2-25b^2$

(8) 与式 $=(6x)^2-y^2=36x^2-y^2$

(9) 与式 $=(4x-y)(4x+y)=(4x)^2-y^2=16x^2-y^2$

8 (1) 与式 $=\{(x+2y)+2z\}^2=(x+2y)^2+2(x+2y)\cdot 2z+(2z)^2$

$=(x^2+4xy+4y^2)+4xz+8yz+4z^2$

$=x^2+4y^2+4z^2+4xy+8yz+4zx$

別解　与式 $=x^2+(2y)^2+(2z)^2+2\cdot x\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot 2z+2\cdot 2z\cdot x$

$=x^2+4y^2+4z^2+4xy+8yz+4zx$

(2)　与式$=\{(a+2b)-1\}^2=(a+2b)^2-2(a+2b)\cdot 1+1^2$

$=(a^2+4ab+4b^2)-2a-4b+1$

$=a^2+4ab+4b^2-2a-4b+1$

別解　与式$=a^2+(2b)^2+(-1)^2+2\cdot a\cdot 2b+2\cdot 2b\cdot(-1)+2\cdot(-1)\cdot a$

$=a^2+4b^2+1+4ab-4b-2a$

$=a^2+4ab+4b^2-2a-4b+1$

(3)　与式$=\{(3x-2y)+4z\}^2=(3x-2y)^2+2(3x-2y)\cdot 4z+(4z)^2$

$=(9x^2-12xy+4y^2)+24xz-16yz+16z^2$

$=9x^2+4y^2+16z^2-12xy-16yz+24zx$

別解　与式$=(3x)^2+(-2y)^2+(4z)^2+2\cdot 3x\cdot(-2y)+2\cdot(-2y)\cdot 4z+2\cdot 4z\cdot 3x$

$=9x^2+4y^2+16z^2-12xy-16yz+24zx$

9 (1)　与式$=\{(x-3y)+2z\}\{(x-3y)-2z\}=(x-3y)^2-(2z)^2$

$=x^2-6xy+9y^2-4z^2$

(2)　与式$=\{(2x-z)+y\}\{(2x-z)-y\}=(2x-z)^2-y^2$

$=4x^2-4xz+z^2-y^2=4x^2-y^2+z^2-4xz$

(3)　与式$=\{(x+2y)+3\}\{(x+2y)-2\}$

$=(x+2y)^2+(x+2y)-6$

$=(x^2+4xy+4y^2)+x+2y-6$

$=x^2+4xy+4y^2+x+2y-6$

(4)　与式$=\{(3x-z)+2y\}\{(3x-z)+5y\}$

$=(3x-z)^2+7(3x-z)y+10y^2$

$=(9x^2-6xz+z^2)+21xy-7yz+10y^2$

$=9x^2+10y^2+z^2+21xy-7yz-6zx$

10 (1)　与式$=\{(a+2b)(a-2b)\}^2=\{a^2-(2b)^2\}^2$

$=(a^2-4b^2)^2=(a^2)^2-2\cdot a^2\cdot 4b^2+(4b^2)^2$

$=a^4-8a^2b^2+16b^4$

(2)　与式$=\{(3x-y)(3x+y)\}^2=\{(3x)^2-y^2\}^2$

$=(9x^2-y^2)^2=(9x^2)^2-2\cdot 9x^2y^2+(y^2)^2$

$=81x^4-18x^2y^2+y^4$

(3)　与式$=(x-3)(x+3)\times(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)$

$=(x^2)^2-9^2=x^4-81$

(4)　与式$=(a^2+4b^2)\times(a+2b)(a-2b)=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$

$=(a^2)^2-(4b^2)^2=a^4-16b^4$

11 (1)　与式$=\{(-x+2y)-3z\}^2$

$=(-x+2y)^2-2(-x+2y)\cdot 3z+(3z)^2$

$=x^2-4xy+4y^2+6xz-12yz+9z^2$

$=x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx$

別解　与式$=(-x)^2+(2y)^2+(-3z)^2+2\cdot(-x)\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot(-3z)+2\cdot(-3z)\cdot(-x)$

$=x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx$

(2)　与式$=\{a-(4b-3c)\}\{a+(4b-3c)\}$

$=a^2-(4b-3c)^2=a^2-(16b^2-24bc+9c^2)$

$=a^2-16b^2+24bc-9c^2$

(3)　与式$=\{(x^2+4y^2)-2xy\}\{(x^2+4y^2)+2xy\}$

$=(x^2+4y^2)^2-(2xy)^2=(x^4+8x^2y^2+16y^4)-4x^2y^2$

$=x^4+4x^2y^2+16y^4$

(4)　与式$=(3x+y)(3x-y)\times(9x^2+y^2)$

$=(9x^2-y^2)(9x^2+y^2)=(9x^2)^2-(y^2)^2$

$=81x^4-y^4$

12 (1)　与式$=(x+1)(x-1)\times(x+3)(x-3)=(x^2-1)(x^2-9)$

$=x^4-10x^2+9$

(2)　与式$=(x+1)(x+5)\times(x+2)(x+4)=(x^2+6x+5)(x^2+6x+8)$

$=\{(x^2+6x)+5\}\{(x^2+6x)+8\}=(x^2+6x)^2+13(x^2+6x)+40$

$=(x^4+12x^3+36x^2)+13x^2+78x+40$

$=x^4+12x^3+49x^2+78x+40$

(3)　与式$=x(x+3)\times(x+1)(x+2)=(x^2+3x)(x^2+3x+2)$

$=(x^2+3x)\{(x^2+3x)+2\}=(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)$

$=(x^4+6x^3+9x^2)+2x^2+6x$

$=x^4+6x^3+11x^2+6x$

(4) 与式 $=(x+1)(x+2)\times(x-1)(x+4)=(x^2+3x+2)(x^2+3x-4)$

$=\{(x^2+3x)+2\}\{(x^2+3x)-4\}=(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

$=(x^4+6x^3+9x^2)-2x^2-6x-8$

$=x^4+6x^3+7x^2-6x-8$

13 (1) $8ab+2b^2=2b\cdot 4a+2b\cdot b=2b(4a+b)$

(2) $6x^2y-15xy^2=3xy\cdot 2x-3xy\cdot 5y=3xy(2x-5y)$

(3) $4x^2+6xy-2x=2x\cdot 2x+2x\cdot 3y-2x\cdot 1$

$=2x(2x+3y-1)$

(4) $3a^2b^3c-6ab^2c^3-2a^3bc^2=abc\cdot 3ab^2-abc\cdot 6bc^2-abc\cdot 2a^2c$

$=abc(3ab^2-6bc^2-2a^2c)$

14 (1) $(x+a)y-(x+a)=(x+a)(y-1)$

(2) $a(b-c)+2(c-b)=a(b-c)-2(b-c)=(a-2)(b-c)$

(3) $(a-3b)x-(3b-a)y=(a-3b)x+(a-3b)y=(a-3b)(x+y)$

(4) $a(x-y)-y+x=a(x-y)+(x-y)=(a+1)(x-y)$

15 (1) $x^2+6x+9=x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2=(x+3)^2$

(2) $a^2-14a+49=a^2-2\cdot a\cdot 7+7^2=(a-7)^2$

(3) $a^2+4ab+4b^2=a^2+2\cdot a\cdot 2b+(2b)^2=(a+2b)^2$

(4) $16x^2-8xy+y^2=(4x)^2-2\cdot 4x\cdot y+y^2=(4x-y)^2$

(5) $25x^2-20xy+4y^2=(5x)^2-2\cdot 5x\cdot 2y+(2y)^2=(5x-2y)^2$

(6) $3x^2-12xy+12y^2=3(x^2-4xy+4y^2)=3\{x^2-2\cdot x\cdot 2y+(2y)^2\}$

$=3(x-2y)^2$

(7) $9a^2-16b^2=(3a)^2-(4b)^2=(3a+4b)(3a-4b)$

(8) $100x^2-49y^2=(10x)^2-(7y)^2=(10x+7y)(10x-7y)$

(9) $50x^2-18y^2=2(25x^2-9y^2)=2\{(5x)^2-(3y)^2\}$

$=2(5x+3y)(5x-3y)$

(10) $12a^2b^2-27=3(4a^2b^2-9)=3\{(2ab)^2-3^2\}$

$=3(2ab+3)(2ab-3)$

16 (1) $a(x-2y)+b(2y-x)=a(x-2y)-b(x-2y)=(a-b)(x-2y)$

(2) $9x^2-24xy+16y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 4y+(4y)^2=(3x-4y)^2$

(3) $a^2-7ab-18b^2=a^2+(2b-9b)a+2b\cdot(-9b)$

$=(a+2b)(a-9b)$

(4) $8x^2y^2-18=2(4x^2y^2-9)=2\{(2xy)^2-3^2\}$

$=2(2xy+3)(2xy-3)$

17 (1) $2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$

(2) $3x^2+x-10=(x+2)(3x-5)$

(1)
$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; 3 & \to\ 6 \\ 2 & 1 & \to\ 1 \\ \hline 2 & 3 & 7 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; 2 & \to\ 6 \\ 3 & -5 & \to\ -5 \\ \hline 3 & -10 & 1 \end{array}$$

(3) $6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

(4) $3x^2-17x-6=(x-6)(3x+1)$

(3)
$$\begin{array}{ccc} 2 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; 1 & \to\ 3 \\ 3 & -2 & \to\ -4 \\ \hline 6 & -2 & -1 \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; -6 & \to\ -18 \\ 3 & 1 & \to\ 1 \\ \hline 3 & -6 & -17 \end{array}$$

(5) $6x^2-29x+20=(x-4)(6x-5)$

(6) $10x^2-31x+15=(2x-5)(5x-3)$

(5)
$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; -4 & \to\ -24 \\ 6 & -5 & \to\ -5 \\ \hline 6 & 20 & -29 \end{array}$$

(6)
$$\begin{array}{ccc} 2 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; -5 & \to\ -25 \\ 5 & -3 & \to\ -6 \\ \hline 10 & 15 & -31 \end{array}$$

18 (1) $(x-y)^2+3(x-y)-4=\{(x-y)-1\}\{(x-y)+4\}$

$=(x-y-1)(x-y+4)$

(2) $(x-2)^2-3(x-2)-18=\{(x-2)+3\}\{(x-2)-6\}$

$=(x+1)(x-8)$

(3) $(x+2y)^2-2(x+2y)+1=\{(x+2y)-1\}^2$

$=(x+2y-1)^2$

(4) $2(x+y)^2+5(x+y)-3=\{(x+y)+3\}\{2(x+y)-1\}$

$=(x+y+3)(2x+2y-1)$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown\; 3 & \to\ 6 \\ 2 & -1 & \to\ -1 \\ \hline 2 & -3 & 5 \end{array}$$

(5) $x^2-(y-4)^2=\{x+(y-4)\}\{x-(y-4)\}$

$=(x+y-4)(x-y+4)$

(6) $(x-y)^2-9z^2=(x-y)^2-(3z)^2=\{(x-y)+3z\}\{(x-y)-3z\}$

$=(x-y+3z)(x-y-3z)$

19 (1) 与式$=(x^2)^2-2x^2-8=(x^2+2)(x^2-4)$

$=(x^2+2)(x+2)(x-2)$

(2) 与式$=(x^2)^2-17x^2+16=(x^2-1)(x^2-16)$

$=(x+1)(x-1)(x+4)(x-4)$

(3) 与式$=(x^2)^2-2\cdot 4x^2+4^2=(x^2-4)^2$

$=\{(x+2)(x-2)\}^2=(x+2)^2(x-2)^2$

(4) 与式$=(x^2)^2-9^2=(x^2+9)(x^2-9)$

$=(x^2+9)(x+3)(x-3)$

20 (1) $x^2-(3y+4)x+(y+5)(2y-1)$

$=x^2+(-3y-4)x+(y+5)(2y-1)$

$=\{x-(y+5)\}\{x-(2y-1)\}$

$=(x-y-5)(x-2y+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(y+5) & \longrightarrow & -y-5 \\ 1 & & -(2y-1) & \longrightarrow & -2y+1 \\ \hline 1 & & (y+5)(2y-1) & & -3y-4 \end{array}$$

(2) $a^2+(2b+5)a-(b-4)(3b+1)$

$=\{a-(b-4)\}\{a+(3b+1)\}$

$=(a-b+4)(a+3b+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(b-4) & \longrightarrow & -b+4 \\ 1 & & 3b+1 & \longrightarrow & 3b+1 \\ \hline 1 & & -(b-4)(3b+1) & & 2b+5 \end{array}$$

(3) $x^2+2xy+y^2-4x-4y+3$

$=x^2+(2y-4)x+(y^2-4y+3)$

$=x^2+(2y-4)x+(y-1)(y-3)$

$=\{x+(y-1)\}\{x+(y-3)\}$

$=(x+y-1)(x+y-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & y-1 & \longrightarrow & y-1 \\ 1 & & y-3 & \longrightarrow & y-3 \\ \hline 1 & & (y-1)(y-3) & & 2y-4 \end{array}$$

別解 $x^2+2xy+y^2-4x-4y+3=(x+y)^2-4(x+y)+3$

$=\{(x+y)-1\}\{(x+y)-3\}$

$=(x+y-1)(x+y-3)$

(4) $x^2-xy-6y^2+2x+19y-15$

$=x^2+(-y+2)x-(6y^2-19y+15)$

$=x^2+(-y+2)x-(2y-3)(3y-5)$

$=\{x+(2y-3)\}\{x-(3y-5)\}$

$=(x+2y-3)(x-3y+5)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2y-3 & \longrightarrow & 2y-3 \\ 1 & & -(3y-5) & \longrightarrow & -3y+5 \\ \hline 1 & & -(2y-3)(3y-5) & & -y+2 \end{array}$$

(5) $2x^2+3xy-2y^2-5x-5y+3$

$=2x^2+(3y-5)x-(2y^2+5y-3)$

$=2x^2+(3y-5)x-(y+3)(2y-1)$

$=\{x+(2y-1)\}\{2x-(y+3)\}$

$=(x+2y-1)(2x-y-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2y-1 & \longrightarrow & 4y-2 \\ 2 & & -(y+3) & \longrightarrow & -y-3 \\ \hline 2 & & -(y+3)(2y-1) & & 3y-5 \end{array}$$

(6) $6x^2-7xy+2y^2-6x+5y-12$

$=6x^2+(-7y-6)x+(2y^2+5y-12)$

$=6x^2+(-7y-6)x+(y+4)(2y-3)$

$=\{2x-(y+4)\}\{3x-(2y-3)\}$

$=(2x-y-4)(3x-2y+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -(y+4) & \longrightarrow & -3y-12 \\ 3 & & -(2y-3) & \longrightarrow & -4y+6 \\ \hline 6 & & (y+4)(2y-3) & & -7y-6 \end{array}$$

21 (1) $ax^2+(ab+1)x+b=(x+b)(ax+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & b & \longrightarrow & ab \\ a & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline a & & b & & ab+1 \end{array}$$

(2) $3x^2+2(3a+b)x+4ab=(x+2a)(3x+2b)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2a & \longrightarrow & 6a \\ 3 & & 2b & \longrightarrow & 2b \\ \hline 3 & & 4ab & & 6a+2b \end{array}$$

(3) $abx^2+(a^2-b^2)x-ab=(ax-b)(bx+a)$

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & -b & \longrightarrow & -b^2 \\ b & & a & \longrightarrow & a^2 \\ \hline ab & & -ab & & a^2-b^2 \end{array}$$

(4) $2abx^2-(4a+3b)x+6=(2ax-3)(bx-2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2a & \times & -3 & \longrightarrow & -3b \\ b & & -2 & \longrightarrow & -4a \\ \hline 2ab & & 6 & & -4a-3b \end{array}$$

22 (1) 与式$=(b-c)^2a+b(c^2-2ca+a^2)+c(a^2-2ab+b^2)+8abc$

$=(b+c)a^2+\{(b-c)^2-2bc-2bc+8bc\}a+bc^2+b^2c$

$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(b+c)(a+b)(a+c)=(a+b)(b+c)(c+a)$

(2)　与式$=\{a+(b-c)\}\{(b-c)a-bc\}+abc$

$=(b-c)a^2+\{-bc+(b-c)^2\}a-(b-c)bc+abc$

$=(b-c)a^2+\{-bc+(b-c)^2+bc\}a-(b-c)bc$

$=(b-c)a^2+(b-c)^2a-(b-c)bc$

$=(b-c)\{a^2+(b-c)a-bc\}$

$=(b-c)(a+b)(a-c)=-(a+b)(b-c)(c-a)$

23 (1)　与式$=x^3+3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2+3^3=x^3+9x^2+27x+27$

(2)　与式$=x^3-3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2-2^3=x^3-6x^2+12x-8$

(3)　与式$=a^3+3\cdot a^2\cdot 2b+3\cdot a\cdot(2b)^2+(2b)^3=a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$

(4)　与式$=(2a)^3-3\cdot(2a)^2\cdot 5b+3\cdot 2a\cdot(5b)^2-(5b)^3$

$=8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$

24 (1)　与式$=(x+4)(x^2-x\cdot 4+4^2)=x^3+4^3=x^3+64$

(2)　与式$=(x-3)(x^2+x\cdot 3+3^2)=x^3-3^3=x^3-27$

(3)　与式$=(2a+b)\{(2a)^2-2a\cdot b+b^2\}$

$=(2a)^3+b^3=8a^3+b^3$

(4)　与式$=(3a-4b)\{(3a)^2+3a\cdot 4b+(4b)^2\}$

$=(3a)^3-(4b)^3=27a^3-64b^3$

(5)　与式$=(x+y)(x^2-xy+y^2)\times(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x^3+y^3)(x^3-y^3)=(x^3)^2-(y^3)^2=x^6-y^6$

25 (1)　$x^3+27=x^3+3^3=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)$

$=(x+3)(x^2-3x+9)$

(2)　$a^3-8=a^3-2^3=(a-2)(a^2+a\cdot 2+2^2)$

$=(a-2)(a^2+2a+4)$

(3)　$a^3+64b^3=a^3+(4b)^3=(a+4b)\{a^2-a\cdot 4b+(4b)^2\}$

$=(a+4b)(a^2-4ab+16b^2)$

(4)　$8x^3-125y^3=(2x)^3-(5y)^3=(2x-5y)\{(2x)^2+2x\cdot 5y+(5y)^2\}$

$=(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

(5)　$24a^3-81b^3=3(8a^3-27b^3)=3\{(2a)^3-(3b)^3\}$

$=3(2a-3b)\{(2a)^2+2a\cdot 3b+(3b)^2\}$

$=3(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(6)　$x^6-1=(x^3+1)(x^3-1)$

$=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

26 (1)　$3\sqrt{7}+\sqrt{7}-2\sqrt{7}=(3+1-2)\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

(2)　$\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{75}=\sqrt{3}+\sqrt{3^2\cdot 3}-\sqrt{5^2\cdot 3}$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$=(1+3-5)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(3)　$\sqrt{50}-2\sqrt{32}+\sqrt{72}=\sqrt{5^2\cdot 2}-2\sqrt{4^2\cdot 2}+\sqrt{6^2\cdot 2}$

$=5\sqrt{2}-8\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=(5-8+6)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(4)　$\sqrt{3}(2\sqrt{3}-\sqrt{6})=2(\sqrt{3})^2-\sqrt{3}\sqrt{6}=2\cdot 3-\sqrt{3\cdot 6}$

$=6-\sqrt{3^2\cdot 2}=6-3\sqrt{2}$

(5)　$(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})(4\sqrt{5}+3\sqrt{3})=12(\sqrt{5})^2+9\sqrt{15}-8\sqrt{15}-6(\sqrt{3})^2$

$=60+\sqrt{15}-18=42+\sqrt{15}$

(6)　$(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2$

$=7-2=5$

(7)　$(\sqrt{5}-\sqrt{10})^2=(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\sqrt{10}+(\sqrt{10})^2=5-2\sqrt{50}+10$

$=5+10-2\sqrt{5^2\cdot 2}=15-10\sqrt{2}$

別解　$(\sqrt{5}-\sqrt{10})^2=\{\sqrt{5}(1-\sqrt{2})\}^2=(\sqrt{5})^2(1-\sqrt{2})^2$

$=5(1-2\sqrt{2}+2)=5(3-2\sqrt{2})$

$=15-10\sqrt{2}$

(8)　$(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2=(5\sqrt{2})^2+2\cdot 5\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2$

$=5^2\cdot 2+20\sqrt{6}+2^2\cdot 3=50+20\sqrt{6}+12$

$=62+20\sqrt{6}$

27 (1)　$\sqrt{20}-(\sqrt{45}-4\sqrt{5})=\sqrt{2^2\cdot 5}-\sqrt{3^2\cdot 5}+4\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

$=(2-3+4)\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

(2)　$(\sqrt{12}-\sqrt{8})(\sqrt{48}+\sqrt{32})=(\sqrt{2^2\cdot 3}-\sqrt{2^2\cdot 2})(\sqrt{4^2\cdot 3}+\sqrt{4^2\cdot 2})$

$=(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})(4\sqrt{3}+4\sqrt{2})$

$=2\cdot 4(\sqrt{3})^2+\{2\cdot 4+(-2)\cdot 4\}\sqrt{3}\sqrt{2}+(-2)\cdot 4(\sqrt{2})^2$

$=8\cdot 3-8\cdot 2=8$

別解　$(\sqrt{12}-\sqrt{8})(\sqrt{48}+\sqrt{32})=(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})(4\sqrt{3}+4\sqrt{2})$

$=2(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot 4(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$=8(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$=8\{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\}=8(3-2)=8$

(3)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

(4)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\dfrac{4-4\sqrt{3}+3}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{7-4\sqrt{3}}{4-3}=7-4\sqrt{3}$

28 (1)　与式$=\dfrac{1+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{(1+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1+\sqrt{5}+\sqrt{6})}=\dfrac{1+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{(1+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2}$

$=\dfrac{1+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{(1+\sqrt{5}+\sqrt{6})\sqrt{5}}{2(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+5+\sqrt{30}}{10}$

(2)　与式$=\dfrac{(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\dfrac{\{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}\{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{1^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}-4}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(\sqrt{6}-2)\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\dfrac{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(3)　与式$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})\sqrt{6}}{2(\sqrt{6})^2}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}$

29 (1)　$2<\sqrt{5}<3$ であるから　　$8<6+\sqrt{5}<9$

したがって　　$a=8$

(2)　$a+b=6+\sqrt{5}$ であるから　　$b=(6+\sqrt{5})-8=\sqrt{5}-2$

(3)　$a+2b+b^2=8+2(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}-2)^2$

$=8+2\sqrt{5}-4+(9-4\sqrt{5})$

$=13-2\sqrt{5}$

別解　$a+2b+b^2=a+b(b+2)=8+(\sqrt{5}-2)\{(\sqrt{5}-2)+2\}$

$=8+(\sqrt{5}-2)\sqrt{5}=8+5-2\sqrt{5}$

$=13-2\sqrt{5}$

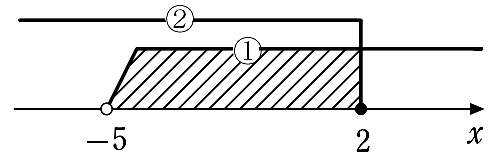
30 (1)　$5x+8>2x-7$ から　　$3x>-15$

よって　　$x>-5$　…… ①

$8x-3\leqq 3x+7$ から　　$5x\leqq 10$

よって　　$x\leqq 2$　…… ②

① と ② の共通範囲を求めて　　$-5<x\leqq 2$



(2)　$3(x-5)>5-2x$ から　　$3x-15>5-2x$

整理すると　　$5x>20$

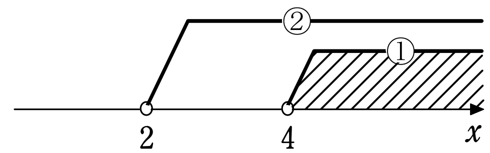
よって　　$x>4$　…… ①

$4x-5<3(2x-3)$ から　　$4x-5<6x-9$

整理すると　　$-2x<-4$

よって　　$x>2$　…… ②

① と ② の共通範囲を求めて　　$x>4$



(3)　$4-7x\geqq -3x+8$ から　　$-4x\geqq 4$

よって　　$x\leqq -1$　…… ①

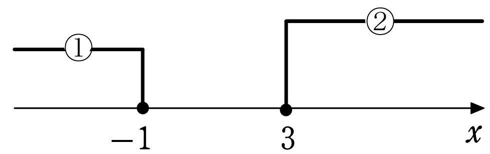
$5x-7\geqq 2(x+1)$ から　　$5x-7\geqq 2x+2$

整理すると　　$3x\geqq 9$

よって　　$x\geqq 3$　…… ②

① と ② の共通範囲はない。

したがって，連立不等式の解はない。



(4) $\begin{cases} -3 \leqq 5x+2 & \cdots\cdots ① \\ 5x+2 \leqq 10 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① を整理すると　$-5x \leqq 5$

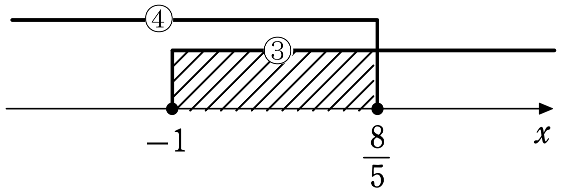
よって　$x \geqq -1$　……③

② を整理すると　$5x \leqq 8$

よって　$x \leqq \dfrac{8}{5}$　……④

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-1 \leqq x \leqq \frac{8}{5}$$



別解　$-3 \leqq 5x+2 \leqq 10$

各辺から 2 を引いて　$-5 \leqq 5x \leqq 8$

各辺を 5 で割って　$-1 \leqq x \leqq \dfrac{8}{5}$

(5) $\begin{cases} 2x-1 < 5x+8 & \cdots\cdots ① \\ 5x+8 \leqq 7x+4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

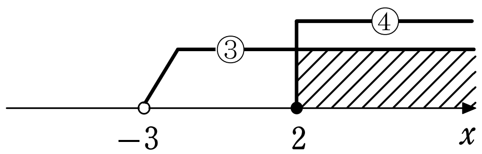
① を整理すると　$-3x < 9$

よって　$x > -3$　……③

② を整理すると　$-2x \leqq -4$

よって　$x \geqq 2$　……④

③ と ④ の共通範囲を求めて　$x \geqq 2$



31 (1) $|3x-2|=1$ から　$3x-2=\pm 1$

$3x-2=1$ から　$x=1$

$3x-2=-1$ から　$x=\dfrac{1}{3}$

よって　$x=1,\ \dfrac{1}{3}$

(2) $|2x+5|<3$ から　$-3<2x+5<3$

各辺から 5 を引いて　$-8<2x<-2$

したがって　$-4<x<-1$

(3) $|3-4x| \geqq 5$ から　$3-4x \leqq -5,\ 5 \leqq 3-4x$

ゆえに　$-4x \leqq -8,\ 4x \leqq -2$

よって　$x \geqq 2,\ x \leqq -\dfrac{1}{2}$

すなわち　$x \leqq -\dfrac{1}{2},\ 2 \leqq x$

32 (1) [1] $x<0$ のとき，方程式は　$-x-(x-2)=6$

よって　$x=-2$

これは，$x<0$ を満たす。

[2] $0 \leqq x<2$ のとき，方程式は　$x-(x-2)=6$

この方程式の解はない。

[3] $2 \leqq x$ のとき，方程式は　$x+(x-2)=6$

よって　$x=4$

これは，$2 \leqq x$ を満たす。

[1]～[3] から，求める解は　$x=-2,\ 4$

(2) [1] $x<-3$ のとき，方程式は　$-(x+3)-x=7$

よって　$x=-5$

これは，$x<-3$ を満たす。

[2] $-3 \leqq x<0$ のとき，方程式は　$(x+3)-x=7$

この方程式の解はない。

[3] $0 \leqq x$ のとき，方程式は　$(x+3)+x=7$

よって　$x=2$

これは，$0 \leqq x$ を満たす。

[1]～[3] から，求める解は　$x=-5,\ 2$

(3) [1] $x<0$ のとき，方程式は　$-x-2(x-1)=x+6$

よって　$x=-1$

これは，$x<0$ を満たす。

[2] $0 \leqq x<1$ のとき，方程式は　$x-2(x-1)=x+6$

よって　$x=-2$

これは，$0 \leqq x<1$ を満たさない。

[3] $1 \leqq x$ のとき，方程式は　$x+2(x-1)=x+6$

よって　$x=4$

これは，$1 \leqq x$ を満たす。

[1]～[3] から，求める解は　$x=-1,\ 4$

33 (1) $x^2+6x=(x+3)^2-3^2=(x+3)^2-9$

(2) $x^2-4x+9=(x-2)^2-2^2+9=(x-2)^2+5$

(3)　$2x^2+8x+1=2(x^2+4x)+1=2\{(x+2)^2-2^2\}+1$

$=2(x+2)^2-2\cdot2^2+1$

$=2(x+2)^2-7$

(4)　$-x^2+2x+5=-(x^2-2x)+5=-\{(x-1)^2-1^2\}+5$

$=-(x-1)^2+1+5$

$=-(x-1)^2+6$

(5)　$-3x^2-18x-20=-3(x^2+6x)-20=-3\{(x+3)^2-3^2\}-20$

$=-3(x+3)^2+3\cdot3^2-20$

$=-3(x+3)^2+7$

(6)　$x^2-x+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

(7)　$-x^2-7x-12=-(x^2+7x)-12=-\left\{\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right\}-12$

$=-\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2-12$

$=-\left(x+\frac{7}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$

(8)　$3x^2+9x+18=3(x^2+3x)+18=3\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+18$

$=3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2+18$

$=3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{45}{4}$

(9)　$-2x^2+10x=-2(x^2-5x)=-2\left\{\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right\}$

$=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2$

$=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$

34 (1)　グラフは図。

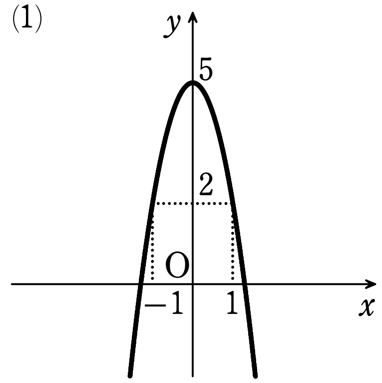
軸は　y 軸，頂点は　点 $(0,\ 5)$

(2)　$y=(x+3)^2$

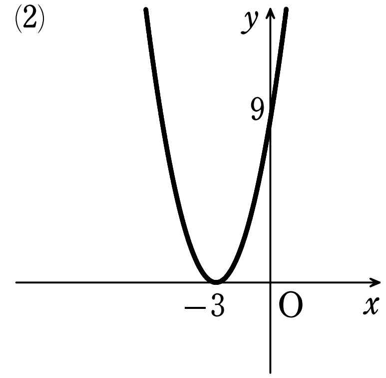
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-3$，頂点は　点 $(-3,\ 0)$

(1)



(2)



(3)　$x^2+x-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

よって　　$y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-\frac{1}{2}$，頂点は　点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$

(4)　$-2x^2-6x-5=-2(x^2+3x)-5=-2\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}-5$

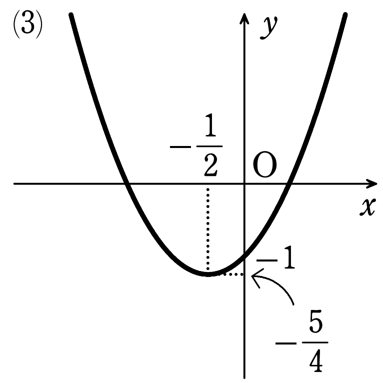
$=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

よって　　$y=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

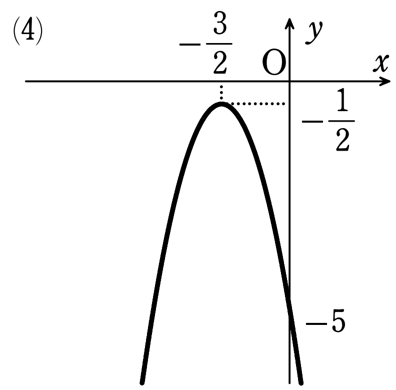
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は　点 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

(3)



(4)



35 $y=2x^2+4x+3$ を変形すると　$y=2(x+1)^2+1$

$y=2x^2-8x$ を変形すると　$y=2(x-2)^2-8$

よって，頂点は点 $(-1,\ 1)$ から点 $(2,\ -8)$ に移動する。

したがって，x 軸方向に 3，y 軸方向に -9 だけ平行移動すればよい。

36 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$ を変形すると　$y=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{a^2}{2}+b$

この頂点が $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$ であるから

$$\frac{3}{2}=-a \quad \cdots\cdots ①,\quad -\frac{9}{4}=-\frac{a^2}{2}+b \quad \cdots\cdots ②$$

① から　$a=-\frac{3}{2}$

これを ② に代入して　$-\frac{9}{4}=-\frac{9}{8}+b$

よって　$b=-\frac{9}{8}$

37 $y=x^2-6x+5$ を変形すると　$y=(x-3)^2-4$

(1)　$-1\leqq x\leqq 1$ でのグラフは，図の実線部分である。

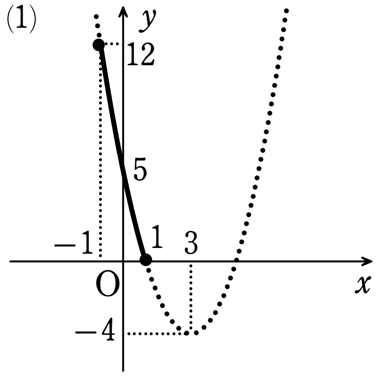
よって，y は

$x=-1$ で最大値 12 をとり，

$x=1$ で最小値 0

をとる。

(1)



(2)　$0\leqq x\leqq 4$ でのグラフは，図の実線部分である。

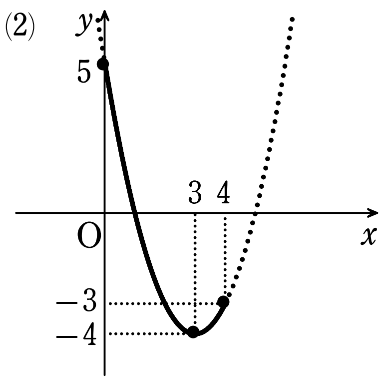
よって，y は

$x=0$ で最大値 5 をとり，

$x=3$ で最小値 -4

をとる。

(2)



(3)　$2\leqq x\leqq 5$ でのグラフは，図の実線部分である。

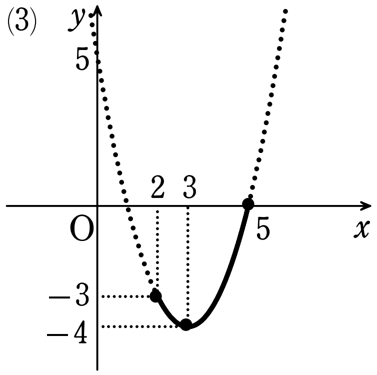
よって，y は

$x=5$ で最大値 0 をとり，

$x=3$ で最小値 -4

をとる。

(3)



(4)　$4\leqq x\leqq 6$ でのグラフは，図の実線部分である。

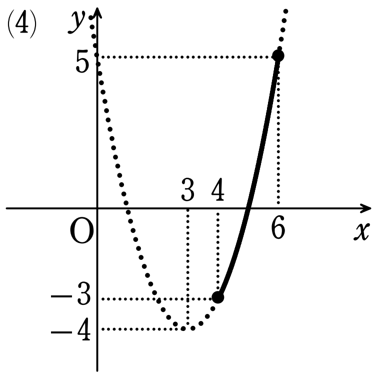
よって，y は

$x=6$ で最大値 5 をとり，

$x=4$ で最小値 -3

をとる。

(4)



38 (1)　$y=x^2+2x$ を変形すると　$y=(x+1)^2-1$

$-4\leqq x\leqq 1$ でのグラフは図の実線部分である。

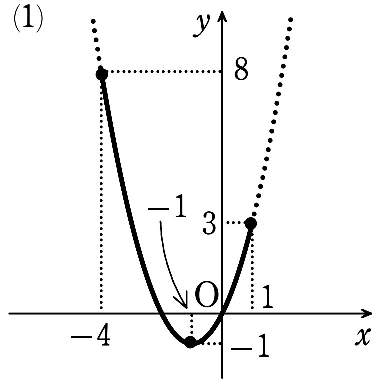
よって，y は $x=-4$ で最大値 8 をとり，$x=-1$ で最小値 -1 をとる。

(2)　$y=-x^2+6x-4$ を変形すると　$y=-(x-3)^2+5$

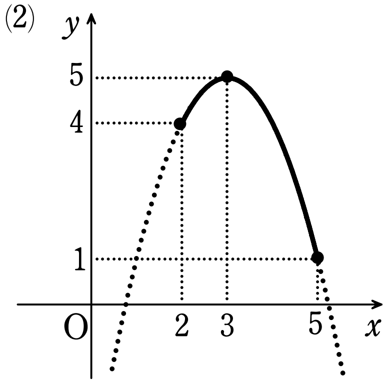
$2\leqq x\leqq 5$ でのグラフは図の実線部分である。

よって，y は $x=3$ で最大値 5 をとり，$x=5$ で最小値 1 をとる。

(1)



(2)



(3)　$y=x^2+10x+9$ を変形すると　　$y=(x+5)^2-16$

$-3 \leqq x \leqq -1$ でのグラフは図の実線部分である。

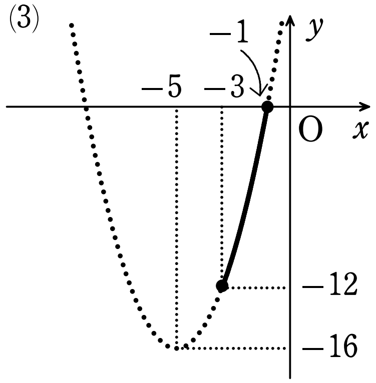
よって，y は $x=-1$ で最大値 0，$x=-3$ で最小値 -12 をとる。

(4)　$y=-3x^2+6x-5$ を変形すると　　$y=-3(x-1)^2-2$

$0 \leqq x \leqq 1$ でのグラフは図の実線部分である。

よって，y は $x=1$ で最大値 -2，$x=0$ で最小値 -5 をとる。

(3)



(4)