解説

1

θ	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

2 (1) 正弦定理により $\frac{3}{\sin 30°}=2R$

よって $R=\frac{3}{2\sin 30°}=\frac{3}{1}=3$

(2) 正弦定理により $\frac{12}{\sin 120°}=2R$

よって $R=\frac{12}{2\sin 120°}=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

(3) $B=180°-(50°+85°)=45°$

正弦定理により $\frac{3\sqrt{2}}{\sin 45°}=2R$

よって $R=\frac{3\sqrt{2}}{2\sin 45°}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3$

3 (1) 正弦定理により $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$

よって $\frac{10}{\sin 30°}=\frac{b}{\sin 135°}$

したがって $b=10\times\frac{1}{\sin 30°}\times\sin 135°=10\times 2\times\frac{1}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$

(2) 正弦定理により $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

よって $\frac{3\sqrt{2}}{\sin 120°}=\frac{c}{\sin 45°}$

したがって $c=3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sin 120°}\times\sin 45°=3\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

(3) $B=180°-(60°+75°)=45°$

正弦定理により $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$

よって $\frac{a}{\sin 60°}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 45°}$

したがって $a=\sqrt{3}\times\frac{1}{\sin 45°}\times\sin 60°=\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

4 (1) 正弦定理により $\frac{a}{\sin 120°}=2\cdot 10$

よって $a=20\sin 120°=10\sqrt{3}$

(2) 正弦定理により $\frac{5}{\sin B}=2\cdot 5$

よって $\sin B=\frac{1}{2}$

$0°<B<180°$ であるから $B=30°,\ 150°$

5 (1) 余弦定理により

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4^2+(2\sqrt{3})^2-2\cdot 4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\cos 30°$$
$$=16+12-2\cdot 4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=4$$

$c>0$ であるから $c=2$

(2) 余弦定理により

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=5^2+8^2-2\cdot 5\cdot 8\cdot\cos 60°$$
$$=25+64-2\cdot 5\cdot 8\cdot\frac{1}{2}=49$$

$a>0$ であるから $a=7$

(3) 余弦定理により

$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B=3^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot 3\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 135°$$
$$=9+2-2\cdot 3\cdot\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=17$$

$b>0$ であるから $b=\sqrt{17}$

6 (1) 余弦定理により

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{5^2+3^2-7^2}{2\cdot 5\cdot 3}=\frac{-15}{2\cdot 5\cdot 3}=-\frac{1}{2}$$

また，$\cos B=-\frac{1}{2}$ を満たす B は $B=120°$

(2) 余弦定理により

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{4^2+(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{10})^2}{2\cdot 4\cdot 3\sqrt{2}}$$
$$=\frac{24}{2\cdot 4\cdot 3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

また，$\cos C=\frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす C は $C=45°$

(3) 余弦定理により

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1^2+(\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2}{2\cdot 1\cdot\sqrt{3}}$$
$$=\frac{-3}{2\cdot 1\cdot\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

また，$\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす A は $A=150°$

7 (1) $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot\sin 30°$

$$=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$$

(2) $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\sin 120°$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(3) $S=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sin 45°$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=3$$

(4) $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot\sin 150°$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$$